Санкт-Петербургский государственный университет
Кафедра математической теории экономических решений

Метелкина Светлана Николаевна

Магистерская диссертация

Исследование улучшаемости решений многокритериальных задач в условиях неопределенности

Направление 01.04.02
Прикладная математика и информатика
Магистерская программа Методы прикладной математики и информатики в задачах управления

Научный руководитель,
доктор физ.-мат. наук,
профессор Колбин В. В.

Санкт-Петербург
2016

Оглавление

Введение

Мир вокруг нас поразительно сложен. Практически во всех областях деятельности у человека регулярно возникает целое множество задач и проблем, процесс принятия решений в которых, играет ключевую роль. Если рассматриваемая задача относится к профессиональной области, как правило, ее решение возлагается на лицо, принимающее решение (ЛПР). Некоторые задачи бывают настолько многогранны, что обобщение информации для их решения – превосходят компетенцию отдельного человека, часто настолько, что принять правильное решение в одиночку становится вовсе невозможно. В подобных случаях, к решению задачи выбора привлекается целая команда экспертов, возлагающая на себя обязанности экспертной группы.

На лицо, принимающее решение (или экспертную группу), ложится серьезная ответственность за разумность их выбора, особенно, если речь идет о проблемах, правильное решение которых может повлиять на благополучие других людей.

Лицо, отвечающее за принятие решения, опираясь на имеющийся опыт, и относящиеся к исследованию знания, обладает собственными представлениями о достоинствах или недостатках различных вариантов решения. Основываясь на этом, ЛПР заинтересовано в осуществлении выбора той альтернативы, которая является лучшей по отношению к его системе предпочтений. Последствия выбора различных альтернативных решений тоже оцениваются ЛПР и характеризуются определенным уровнем достижения цели данного выбора. В процессе определения подходящего варианта, лицу, отвечающему за принятие решений, нужно не только полагаться на личный опыт и свою интуицию, но и использовать существующие математические способы принятия решений, позволяющие обоснованно выбрать наиболее подходящие альтернативы.

На основании многочисленных проведенных исследований определено, что без математической поддержки ЛПР, как правило, выбирает довольно примитивные, а иногда вовсе противоречащие правила, определяющие выбор решения. Это связано с регулярно растущим объемом важной информации и потребностью учитывать при принятии решений часто взаимосвязанные, многообразные и все более многочисленные компоненты.

Изучением задач выбора занимается теория принятия решений. Применение аппарата этой области исследования дает возможность проводить выбор наилучшего варианта более обоснованно. Использование теории принятия решений способствует исключению заведомо неверных решений и учитыванию отрицательных итогов необдуманного выбора.

Оценивая что-либо, ЛПР берет за основу критерии, имеющие как числовую, так и качественную форму. Большинство сложных задач, встречающихся на практике, обычно, не ограничиваются одним критерием. При решении задач, имеющих сложную структуру, учитываются сразу несколько факторов. Задачи данного вида носят название многокритериальных. Подобные задачи возникают при математическом описании и моделировании систем, в случае, если качество или эффективность различных вариантов реализации невозможно оценить одним показателем. Многокритериальные задачи выбора занимают центральное место в современной науке принятия решений и составляют крайне важный класс задач для применения на практике.

Кроме того, при решении задач, имеющих практический характер, почти всегда невозможно получить абсолютно точные сведения о всех необходимых параметрах для абсолютно верного и корректного выбора решений. В подобной ситуации, появляется необходимость учитывать возникающие неопределенности. Процесс работы систем, имеющих довольно сложную структуру, в основном, осуществляется при условии неопределенностей разного типа – незнания ряда внешних условий, оказывающих влияние на показатели эффективности; отсутствие полной информации об объекте и др. Задачи принятия решений в случае неопределенности – общий случай задач, не учитывающих неопределенность.

Сейчас, ввиду трудностей концептуального и методического характера, не разработано универсального способа решения задач, которые учитывают неопределенность. Вместе с этим, к сегодняшнему дню, разработано значительное количество методов, предназначенных для осуществления решения задач принятия решений в случае имеющейся неопределенности. Применяя данные методы, следует учитывать тот факт, что они представляются только рекомендательными, и финальное принятие некоторого решения возлагается на лицо, принимающее данное решение.

С научной точки зрения, проблема принятия решений в условии неопределенности, состоит в существенной невыполнимости устранения неполноты информации, при этом, проявление неполноты включает множество способов ее выражения. К ним относят: отсутствие полной информации объективного вида, имеющей вероятностную характеристику; нечеткость, относящуюся к техническим требованиям; неточности, полученные в результате вычислений и измерений параметров; неполноты, имеющихся данных; субъективное мнение ЛПР.

Вышеизложенные проблемы принятия решений при условиях неопределенности являются актуальными на сегодняшний день, поэтому исследование данных вопросов и поиск методов решения представляют большую важность для лиц, занимающихся принятием решений.

Постановка задачи

Целью данной работы является исследование инвестиционного рынка компаний нефтегазовой отрасли России и построение модели выбора наилучшей альтернативы, на основании оценки инвестиционной привлекательности акций, с помощью использования аппарата теории решений многокритериальных задач в условиях неопределенности, улучшаемости, теории нечеткой логики и нечетких множеств.

В соответствии с поставленной целью был сформулирован следующий круг задач:

1. Исследование существующих подходов и методов, используемых для принятия решений в многокритериальных задачах. Рассмотрение проблем решения задач в условиях неопределенности.
2. Анализ текущего состояния компаний нефтегазовой отрасли России и определение ключевых параметров, влияющих на эффективность их деятельности с инвестиционной точки зрения.
3. Построение множества Парето для рассматриваемых альтернативных вариантов выбора.
4. Применение теории нечетких множеств и нечеткой логики для формального описания и решения многокритериальной задачи оценки привлекательности акций в условиях неопределенности. Построение базы правил системы нечеткого вывода.
5. Разработка консольного приложения для поддержки принятия решений на основе нечеткого вывода. Проведение анализа инвестиционной привлекательности компаний на основе полученных результатов.

Обзор литературы

Исследованию многокритериальных задач посвящено значительное число работ, как российских ученых: Подиновского В.В. [16], Ногина В. Д. [13], Борисова А. Н. [1], Жуковского В. И. [4], и др., так и иностранных: Райфа Х. [20], Саати Т. [18], Штойера Р. [23], Кини Р. [20].

Систематическое изучение проблем оптимизации многокритериальных задач началось в шестидесятых годах. Одним из первых рассмотрение данного вопроса в своих трудах начал итальянский экономист В. Парето, предложивший метод, который впоследствии получил название оптимизации по Парето [22]. На сегодняшний день, опубликовано большое количество трудов, посвященных изучению и разработке способов отыскания решений оптимальных по Парето для задач с несколькими критериями [5, 6, 13, 16, 23].

Например, в книге Иванова М. В. и Рубана А. И. [6] основное внимание уделяется принципам сужения множества Парето и способам сбора вспомогательной информации от лиц, отвечающих за принятие решения. В трудах Карлина С. [7] приведен способ поиска оптимума Парето при некоторых предположениях, путем свертки линейного вида, обладающей переменными коэффициентами.

В исследовании Лапко А.В. [10] описан метод, полагающийся на классические способы приведения задачи, имеющей несколько критериев, к однокритериальной, использующий как базовый оптимизационный алгоритм – генетический алгоритм.

Рассмотрение ключевых, на сегодняшний день, направлений многокритериальной оптимизации: способа сужения множества Парето, а также нахождения эффективных точек с помощью итерационных человеко-машинных процедур, проводится в трудах Штойера Р. [23].

Значительное число способов оптимизации многокритериальных задач полагаются на идею того, что строение предпочтений ЛПР, описывается с помощью функций полезности. Функция полезности – числовая функция, устанавливающая взаимосвязь предпочтения и принятия решения, сопоставляющая каждому варианту некоторое число, характеризующее «полезность» альтернативы. Данное предположение лежало в предположении большинства подходов к оптимизации до середины 70-х годов. Значительный вклад в исследование данного аппарата был внесен Нейманом Д. Ф. и Моргенштерном О., позже Фишбреном П. Способам выбора решения, полагающимся на построение функции полезности посвящены исследования Кини Р. Л. и Райфы Х. [20].

Рассмотрением многокритериальных задач, в случае имеющейся неопределенности, использующих аппарат теории игр, посвящены работы Карлина С. [7], Мулена Э., Жуковского В. И. [4]. Перечень разных причин возникновения условий, создающих неопределенность в ходе процесса принятия решений, перечислен в книге [4].

Основателем теории нечетких множеств считается математик Заде Л.. Статья, описывающая эту теорию, впервые была издана в 1965 году [24]. Заде Л. произвел расширение определения множества в традиционном смысле с помощью предположения того, что характеристическая функция, описывающая принадлежность элемента множеству, может принимать не только значения 0 и 1, но и величины, принадлежащие интервалу $[0, 1]$. Введение понятия множества, заданного таким образом, способствовало развитию научных разработок, в ходе которых, за довольно недолгий период, были обобщены все базовые теоретико-множественные и формально-логические операции. Наибольшую значимость из разработок, относящихся к данной области, представляют публикации и работы Ягера Р., рассматривающие нечеткую логику; Прада А. и Дюбуа Д., описывающие подход анализа неопределенности и базирующийся на понятий нечетких множеств и мер возможности [19].

Но, даже несмотря на значительное количество полученных теоретических работ, относящихся к данному научному разделу, практическое применение моделей, имеющих нечеткий характер, значительно долгий промежуток времени, ставилось под сомнение. Использование теории нечетких множеств на практике началось только в середине 1970-х годов, в это время Мамдани Э. создал первый контроллер, основывающийся на идеях нечеткого вывода, для лабораторной модели парогенератора. Решение данной задачи обычным путем вызывало ряд проблем, причиной которого был вычислительный процесс. Алгоритм, разработанный Э. Мамдани [21], позволил избежать крайне большого объема вычислений.

На сегодняшний день, теория нечеткой логики применяется в многих областях: социологии, лингвистике, психологии, политике, экономике и др. Данная теория получила еще большее применение вместе с развитием технологий искусственного интеллекта. Так называемые «экспертные системы», позволяющие полностью или частично заменить человека-специалиста при поиске решений возникающих проблем, тоже основываются на аппарате нечеткой логики. Поэтому, математические методы, строящиеся на основе данной теории, имеют большие перспективы в будущем.

1. Обзор предметной области

1.1. Постановка задач принятия решений и их классификация

В общем виде задача принятия решений описывается следующим образом [8]:

«Дано H_s,H_p, требуется P»,

где H_s и H_p – заданные условия: H_s – множество возможных состояний некоторого объекта, H_p – множество операторов, переводящих объект из одного состояние в другое; P – цель выбора, определяющая ожидаемое состояние объекта. Решение задачи принятия решений – достижение цели, заключающееся в выборе оператора или последовательности операторов, которые переводят объект в желаемое состояние ($H_p : H_s \to P$).

Процедура решения обычно состоит в поиске процесса отождествления, доказательства или построения. В задачах на доказательство требуется доказать, по установленным правилам, верность построения или отождествления некоторого объекта. При этом, процесс доказательства является целью и рассматривается, как неизвестное. В задачах на нахождение необходимо построить или отождествить неизвестный объект, который отвечает заданным критериям, ограничениям. В данной задаче поиск неизвестного процесса выступает в качестве средства построения и отождествления объекта с предъявленными к нему требованиями.

Рассмотрим классификацию задач принятия решений и их формализацию.

Задача принятия решений в условиях определенности

Детерминированная задача предполагает однозначное соответствие между выбранным решением x_i и определяемым исходом s.

Пусть известно $X = \{x\},\ X \subset \mathbb{R}^m$ – множество, определяемое допустимые альтернативы. Элементы $x \in X$ – вектора размерности m.

Определение оптимального выбора из множества X, основывается на предпочтениях лица, отвечающего за принятие решения. Концепция предпочтений ЛПР описывается при помощи локальных признаков (целевых функций) $f_1, \ldots, f_n$, которые помогают оценить эффективность отдельного объекта. Вектор $x = (x_1, \ldots, x_m)$ размерности m, влияет на каждый из n критериев. Локальные критерии $f_i, i = \overline{1, n}$, образуют векторный критерий оценки качества $f = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x))$.

При этом желание сделать значение локальных критериев как можно больше, формализуется следующим образом:

$$\max_{x\in X} f_i(x), \quad i=\overline{1,n}, \quad x=(x_1,x_2,\ldots,x_m). \tag{1.1}$$

Подобная постановка задачи соответствует ситуации, когда ЛПР исходит из условия достижения максимума. Задача максимизации всегда сводится к задаче минимизации при условии, если целевая функция $f_i(x)$ выражает потери. Если локальные условия разнородны по структуре и характеру то, в таком случае требуется нормализация и предварительное преобразование исходных условий.

Если взять во внимание сказанное выше то, задача принятия решений немного неточна. Когда рассматриваются задачи такого класса, необходимо уточнять понятие оптимальности. Ему приходится быть в достаточной степени формализуемым, для того, чтобы существовала возможность алгоритмического согласования с ним, а не интуитивным. Необходимо взять во внимание то, что определение оптимальности должно отражать систему выбора ЛПР. Метод объединения частных критериев в одну общую оценку, отличается разнородностью подходов к способам решения подобных задач принятия решений, обладающих несколькими условиями оценки. Прямые, аксиоматические, человеко-машинные (диалоговые) методы, методы компенсации оценок – базовые группы методов данного вида.

Задача принятия решений в условиях риска

Такие задачи, или как еще их называют стохастические задачи, происходят только тогда, когда с любым из принимаемых решений $x_i \in X$ может быть связано несколько исходов $C_1,\ldots,C_m$ с вероятностями, которые заранее известны $p(C_j|x_i), j=\overline{1,m}, i=\overline{1,n}$, т.е. в таких задачах отсутствует однозначная связь между исходом и вариантами выбора. Данная задача переходит в детерминированную, когда $p(C_j|x_i)=1$.

Пусть $l_{ij}=f(C_j,x_i)$ – функции полезности исхода C_j с утвержденным решением x_i и $p(C_j|x_i)$ – условные вероятности, характеризующие переход объекта в состояние C_j при использовании стратегии x_i, тогда полезность каждого решения представляются в виде:

$$u(x_i)=\sum_{i=1}^{n} f(C_j,x_i)p(C_j|x_i), \; j=\overline{1,m}. \tag{1.2}$$

В этом случае, выбор решения реализуется по некоторому правилу, обеспечивающему достижение максимального значения ожидаемой полезности:

$$x^*=\arg\max_{x_i\in X}\{u(x_i)\}. \tag{1.3}$$

Методы теории стохастического программирования, теории игр, массового обслуживания и другие вероятностные методы нашли широкое применение для решения задач принятия решений в условиях риска.

Задача принятия решений в условиях неопределенности

Подобные задачи возникают, когда хотя бы один из элементов задачи (критерии, альтернативы, предпочтения или ограничения) описывается нечетко. При этом, возникает нечеткая исходная информация, а как следствие порождается новая задача.

Метод, использующий теорию нечетких множеств и способы выявления предпочтений ЛПР в одно время с рассмотрением допустимого множества для определения эффективных решений, неплохо зарекомендовал себя при решении подобных задач. Диалоговые (человеко-машинные) процедуры – способ осуществления данного метода.

1.2. Основные подходы к решению многокритериальных задач

Сформулируем основные подходы и принципы для решения задач, имеющих несколько критериев.

Свертка критериев. Многокритериальная задача приводится к однокритериальной (с одним взвешенным критерием), путем построения критерия, который, в свою очередь, является функцией от частных критериев.

Применение способов свертки критериев таких как: мультипликативные, аддитивные функции, минимизация максимального значения – все это требуется для того, чтобы скаляризировать векторные задачи.

Метод главного критерия. Результатом является однокритериальная задача оптимизации, путем выделения одного главного критерия и преобразования его в ограничения.

Последовательное решение. При таком решении ряда задач однокритериальной оптимизации, результаты, которые были получены на ранних этапах, могут быть использованы для построения новых ограничений.

Сужение множества альтернатив. Используется понятие эффективности решения: по Слейтеру (слабо эффективное) $S(X)$, по Парето (эффективное) $P(X)$, по Смейлу (строго эффективное) $Sm(X)$. Основываясь на определениях данных множеств, будет верно включение:

$$Sm(X) \subset P(X) \subset S(X).$$

Выбор оптимальной альтернативы производится из этого множества только после сужения множества альтернатив.

Альтернатива с заданными свойствами. Поиск такого решения, которое обладает определенными ранее свойствами.

Другие методы. Приведенный перечень не является полным, существует огромное многообразие путей для решения многокритериальных задач. В качестве примеров можно выделить: правило паритета, «близости к идеалу», метод анализа иерархий [18] и др. Постановка задачи и желаемый результат задают требования для применимости различных подходов.

Разные уровни неопределенности обусловливаются ситуациями, возникающими в процессе принятия решений. Поэтому, построение математического аппарата требует формального описания и последующего выбора наилучшей альтернативы, включающего случаи возникновения неопределенности.

Аппарат теории вероятностей – первая теория, принимающая во внимание неопределенность. В данной теории описание неопределенности осуществляется с помощью нормированной меры, которая характеризует вероятность возникновения заранее известных случайных исходов.

Последующим усовершенствованием методов, использующих вероятность для воссоздания ситуаций в условиях недостаточной информации, будет выступать теории игр и статистических решений. В теории статистических решений неопределенность обусловлена тем, что поведение пассивной среды («природы»), которая является одним из игроков, описывается законами распределения вероятностей, а в аппарате теории игр – неопределенность порождается противоположной заинтересованностью игроков.

К другому виду случаев, относятся ситуации, учитывающие неопределенность и описываемые с помощью понятия нечеткого множества, которые были введены Л. Заде [24]. Применение данной теории справедливо при описании случаев, не имеющих границ, заданных строго.

Метод, основывающийся на обобщении характеристической функции Ватанабе (он схож с подходом Заде Л.), который производит построение основ логики, описывающей некоторый вид неопределенности.

На данный момент, существующие способы принятия решений, описываемые количественно (к ним можно отнести методы максимизации ожидаемой полезности, метод максимального правдоподобия, теория исследования операций) помогают в оптимальном выборе, только при условии полной определенности или в случае одного определенного типа неопределенности. Кроме того, значительная часть разработанных методов, которые позволяют облегчить исследование количественного вида рассматриваемых задач принятия решений, берут за основу упрощенные модели и сверх строгие ограничения, что неизбежно ведет к уменьшению значимости окончательных результатов, а зачастую, вообще, к принятию неверного решения.

2. Задача многокритериального принятия решений в условиях риска

2.1. Описание задачи принятия решений в условиях риска. Понятие улучшаемости

Положим конечное множество альтернатив или, как еще принято говорить, допустимых решений – $X = \{x_1, \ldots, x_m\}$. Элементы x множества X – вектора размерности m, $X \subset R^m$.

$\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n\}$ – конечное множество состояний внешней среды S, которая обусловлена одним из состояний $\theta_j \in \Theta$.

Примем в рассмотрение случай с известным распределением вероятностей состояния среды. То есть, ЛПР находится в рамках информационной ситуации, при которой установлено априорное распределение вероятностей P пребывания внешней среды в состояниях S: $P = (p_1, \ldots, p_n)$, $p_j = P(\theta = \theta_j)$, $\sum\limits_{j=1}^{n} p_j = 1$ на элементах θ_j состояния среды S. Ситуация такого типа, является наиболее распространенной информационной ситуацией, характеризующей «поведение» среды, в большинстве практических задач принятия решений. S.

Рассмотрим задачу многокритериальной оптимизации в условиях риска следующего вида. Положим, что ЛПР исходит из условия достижения максимума.

$$\phi(f_1, \ldots, f_n, p_1, \ldots, p_n) \to \max_{x \in X}, \tag{2.1}$$

где $f_j(x, \theta_j)$ – функционал преобразования альтернативы x при состоянии θ в некоторый исход. $\Phi = \phi_i, \ldots, \phi_k$ – конечное множество критериев оценки (оценочные функционалы) $\phi = \phi(x, \theta, P)$ исходов альтернативы x при состоянии среды θ с известным распределением P. На оценочные функционалы $\phi = \phi(x, \theta, P)$ заданные в вероятностном пространстве $X \times \Theta \times F$ налагаются следующие условия:

- однородность: все принадлежат классу положительного ингредиента, либо отрицательному;

- соизмеримость: все выражены в одной и той же шкале.

Понятие улучшаемости решений многокритериальных задач

Сформулируем основные определения для сравнения решений многокритериальных задач при их рассмотрении в условиях риска.

Для исследования понятия сравнения решений на множестве X введем определение отношения порядка m: $\geq_m$ на пространстве m-мерных векторов.

Решение $x' \in X$ *предпочтительнее решения* $x'' \in X$ *по векторному показателю* ϕ и отношению порядка $\geq_k$ на $\mathbb{R}^k$, если выполнены условия:

$$\phi(x', \theta, P) \geq_k \phi(x'', \theta, P) \Longleftrightarrow \phi_i(x', \theta, P) \geqslant \phi_i(x'', \theta, P), \forall i = \overline{1, k}. \qquad (2.2)$$

Решение $x' \in X$ *предпочтительнее решения* $x'' \in X$ *по векторному показателю* ϕ, если выполняются неравенства:

$$\phi_i(x', \theta, P) \geqslant \phi_i(x'', \theta, P), \phi_j(x', \theta, P) > \phi_j(x'', \theta, P)$$

для всех i и хотя бы одного j из $I = 1, \ldots, k$ – множества числа критериев.

Это отношение будем называть *простым порядком предпочтения*. Для него введем следующее обозначение $\succ_k$. Не умоляя общности, можно считать, что если $x' \succ_k x''$, то должно выполняться условие $x' \geq_k x''$, т. е. $(\succ_k) \subset (\geq_k)$.

Введем определения улучшаемости допустимого решения.

Решение $x' \in X$ называется *улучшаемым на множестве* X *по векторному показателю* ϕ, если существует решение $x'' \in X$, для которого выполнено соотношение $x'' \succ_m x'$.

Решение $x' \in X$ называется *неулучшаемым (оптимальным по Парето) на множестве* X *по векторному показателю* ϕ, если не существует решения $x'' \in X$, которое было бы предпочтительнее решения x' по ϕ в смысле определения предпочтительности решения по векторному показателю ϕ, т.е. не существует $x'' \in X$: $\phi(x'', \theta, P) \succ_m f(x', \theta, P)$.

2.2. Сведение многокритериальных задач в условиях риска к обычным многокритериальным задачам

Рассмотрим подход решения многокритериальных оптимизационных задач в условиях риска путем их сведения к обычным многокритриальным задачам.

Исследуем случай, когда неопределенность порождается влиянием случайного фактора.

Принцип принятия решений, использующий математическое ожидание

Будем считать, что состояние среды θ – случайная величина с известным распределением P и областью определения Θ. Пусть лицо, принимающее решение, путем выбора x стремится получить за некоторое множество повторений максимальные в среднем значения критериев $\phi_i(x, \theta, P)$, $i = \overline{1, k}$.

Перейдем к новой системе критериев, задаваемых следующим образом:

$$\overline{w}_i(x) = E(\phi_i(x, \theta, P), i = \overline{1, k}, \tag{2.3}$$

где $E(\cdot)$ – математическое ожидание. Таким образом, удалось свести задачу многокритериальной оптимизации в условиях риска к обычной многокритериальной задаче с новой системой критериев $\overline{w}_i(x)$.

Решение $x*$ будем называть обобщенно оптимальным по Парето, если оно является Парето-оптимальным в обычном смысле для обыкновенной многокритериальной задачи оптимизации с новой системой критериев.

Для нахождения Парето-оптимальной точки в рассмотренной задаче с помощью свертки критериев с весами $\delta_i > 0, i = 1, 2, \ldots, k$, необходимо решить задачу стохастического программирования следующего вида:

$$\sup_{x \in X} E\big(\sum_{i=1}^{k} \delta_i \phi_i(x, \theta, P)\big).$$

Рассмотрим иные подходы для решения классических задач многокритериальной оптимизации и попробуем сформулировать их для многокритериальной задачи принятия решений в условиях неопределенности. Один из часто используемых подходов – переход к задаче вида:

$$\sup_{x \in X} \min_{i=\overline{1,k}} \delta_i E(\phi_i(x, \theta, P)). \tag{2.4}$$

Приведем ещё один метод, использующий ограничения на критерии. В данном случае он преобразуется в следующий подход. Пусть заданы числа $\varepsilon_i, i = \overline{1, k}, i \neq q$, где $1 \leqslant q \leqslant k$ – некоторый номер, тогда приходим к задаче:

$$\sup_{x \in X} E(\phi_q(x, \theta, P)) \tag{2.5}$$

с ограничениями вида: $x \in X,\ E(\phi_i(x, \theta, P) \geq \varepsilon_i,\ i = \overline{1, k},\ i \neq q$.

Принцип решения многокритериальных задач без использования математического ожидания

Рассмотрим постановку задачи многокритериальной оптимизации в условиях риска, которая не связана с понятием математического ожидания. При этом, будем основываться на задаче максимизации одного критерия $\phi(x, \theta, P), x \in X, \theta \in \Theta$.

Пусть задана доверительная вероятность $p : 0 < p < 1$. Задача формулируется следующим образом:

$$\max q, \quad x \in X, \quad P(\phi(x, \theta, P) \leq q) \geq p,$$

где $P(\cdot)$ – вероятность события. В дальнейшем потребуется определять q из соотношения данного типа. Обозначим через $\overline{q}(x,p)$ верхнюю грань тех q, для которых оно верно.

Предположим, что удалось задать функцию $\overline{q}(x,p)$, которая разрешает ограничение $P(\phi(x,\theta,P) \leq q) \geq p$. В данном случае, можно перейти от исходной задачи к задаче, сформулированной следующим способом:

$$\sup_{x\in X} \overline{q}(x,p). \tag{2.6}$$

Преобразовать в явный вид функцию $\overline{q}(x,p)$ довольно сложно. Это вызвано тем, что даже в ситуации, когда распределение случайной величины θ относительно простое, распределение случайной величины $y = \phi(x,\theta,P)$ может оказаться сложным настолько, что для его построения потребуются сложные вычисления. При этом, необходимо дополнительно учитывать тот факт, что необходимо строить функцию от x, которую в дальнейшем нужно использовать для решения оптимизационной задачи $\sup_{x\in X} \overline{q}(x,p)$.

В связи с подобными трудностями в [3] и был предложен альтернативный вариант,так называемый «обходной путь», который заменяет решение исходной задачи решениями другой, формулировка которой намного проще.

Рассмотрим множество $\Theta_p \subseteq \Theta$:

$$P(\theta \in \Theta_p) \geq p. \tag{2.7}$$

Данное множество возможно представить почти в явном виде.

Введем функцию $q(x,p) = \inf\limits_{\theta\in\Theta_p} \phi(x,\theta,P)$ и вместо задачи $\sup_{x\in X} \overline{q}(x,p)$ сформулируем другую задачу:

$$\sup_{x\in X} q(x,p). \tag{2.8}$$

Так как из $P(\theta \in \Theta_p) \geq p$ и $q(x,p) = \inf\limits_{\theta\in\Theta_p} \phi(x,\theta,P)$ следует

$$\theta \in \Theta_p \to \phi(x,\theta,P) \geq q(x,p), \tag{2.9}$$

то $P(\phi(x,\theta,P) \geq q(x,p)) \geq p$.

Пусть $\overline{q}$ – значение оптимального критерия в задаче $\sup_{x\in X} \overline{q}(x,p)$, $\widetilde{q}$ – значение оптимального критерия в $\sup_{x\in X} q(x,p)$. Так как множества вида $\{\theta|\phi(x,\theta,P) \geq q(x,p)\}$ являются частью множества $\{\theta|\phi(x,\theta,P) \geq q\}$, в общем виде: $\overline{q} \geq \widetilde{q}$.

Несмотря на то, что решение задачи $\sup_{x\in X} q(x,p)$ не является решением $\sup_{x\in X} \overline{q}(x,p)$, найти решение первой задачи, представляется более возможным, и тем самым получить некоторое представление о решении второй. Кроме того, задачу $\sup_{x\in X} q(x,p)$ можно рассматривать отдельно, в качестве некоторого принципа нахождения решения в задачах подобного типа, как альтернативный вариант способа принятия решений с использованием математического ожидания.

Рассмотрим многокритериальный случай. Сформулируем задачу следующим образом:

$$\sup(q_1, \ldots, q_k),\ x \in X,\ P(\phi_i(x, \theta, P) \geq q_i) \geq p, i = \overline{1, k}. \tag{2.10}$$

Аналогично случаю $k = 1$: если бы из ограничений можно было сформулировать в явном виде функции $\overline{q}_i(x, p)$, то рассматриваемая задача перешла бы в многокритериальную оптимизационную задачу вида:

$$\sup_{x \in X}(\overline{q}_1(x, p), \ldots, \overline{q}_k(x, p)). \tag{2.11}$$

Но, в связи с тем, что задать функции $\overline{q}_i(x, p)$ в явном виде довольно сложно, можно воспользоваться следующим подходом к решению данной проблемы. Выберем Θ_p, удовлетворяющее $P(\theta \in \Theta_p) \geq p$, после чего, последовательно подставляя формулу $q(x, p) = \inf\limits_{\theta \in \Theta_p} \phi(x, \theta, P)$ функции $\phi_i(x, \theta, P)$ вычислим $q_i(x, p),\ i = \overline{1, k}$. В результате получим многокритериальную организационную задачу вида:

$$\sup_{x \in X}(q_1(x, p), \ldots, q_k(x, p)). \tag{2.12}$$

3. Задача многокритериального принятия решений в условиях неопределенности. Выбор альтернативы на основе правила нечеткого вывода

3.1. Основные понятия нечеткой логики

Нечеткая логика позволяет формализовать приблизительные или неточные человеческие размышления в той или иной проблемной сфере, которые наиболее правдоподобно описывают ситуации с неопределенностью.

«Математическая теория нечетких множеств и нечеткая логика – обобщение классической теории множеств и классической формальной логики.» [1]

Базовое определением нечеткой логики – нечеткое множество. Оно служит расширением традиционного понятия множества при допущении, что значению характеристической функции принадлежности возможно взаимно однозначно сопоставить значения на интервале $[0, 1]$. Математиком Л. Заде [24] в 1960-х годах сформулировал это понятие, как способ описания неопределенностей, возникающих в естественном языке.

Функция принадлежности x нечеткому множеству A: $\mu_A(x)$ – является ключевым способом описания нечеткого множества.

Нечеткое множество A заданное на значениях универсального множества X определяется заданием отображения $\mu_A(x)$ элементов $x \in X$ в интервал $[0, 1]$ и представляется в виде:

$$A = \{x, \mu_A(x) \mid x \in X\}. \tag{3.1}$$

Для традиционной теории множеств функция принадлежности занимает не первостепенное место, а в теории, использующей понятие нечетких множеств, определение характеристического функционала составляет исключительно возможный метод их задания.

На основании формального подхода, не требуется разделение функции принадлежности и определяющего ее нечеткого множества. А как правило, теория нечетких множеств представляется, как аппарат рассмотрения функций особенного типа – обобщенных функций принадлежности.

Понятия нечеткой и лингвистической переменных применяются при формальном задании рассматриваемых объектов, с использованием теории нечетких множеств.

Идея переменной, заданной лингвистически, говорит в том, что определенные ее значения x довольно часто описываются, исходя их субъективной оценки ЛПР, при этом, итог подобной оценки представляется с помощью естественного языка.

Переменная нечеткого вида описывается данным способом [4]: $< \widetilde{\mathcal{N}}, X, A >$, где $\widetilde{\mathcal{N}}$ – название нечеткой переменной, X – универсальное множество элементов, A – нечеткое множество на X. Можно считать, что лингвистическая переменная занимает главную позицию, относительно нечеткой переменной, так как, переменные, заданные в нечетком виде, могут использоваться как параметры лингвистической переменной.

Переменная лингвистического вида принимает не числовые значения, а слова или словосочетания, представленные на естественном языке. Ее возможно описать набором вида: $< \mathcal{N}, \mathcal{T}(\mathcal{N}), \mathcal{F}, \mathcal{M} >$, где $\mathcal{N}$ – название лингвистической переменной; $\mathcal{T}(\mathcal{N})$ – термы переменной $\mathcal{N}$, каждый элемент которого является нечетким на универсальном множестве X. Элементы основного множества термов – названия нечетких переменных; $\mathcal{F}$ – синтаксическое правило, порождающее имена новых элементов терм-множества с использованием выражений естественного или формального языков; $\mathcal{M}$ – семантическое правило, ставящее в соответствие каждому лингвистическому значению $\mathcal{N}$ его смысловую нагрузку $\mathcal{M}(\mathcal{N})$, при этом $\mathcal{M}(\mathcal{N})$ – нечеткое подмножество множества X.

3.2. Операции над нечеткими множествами

Основные операции логики, аналогичны преобразованиям над классическими множествам. Приведем основные операции над ними.

Акцентируем внимание на нечетких множествах A_1 и A_2 с элементами из X и линейно упорядоченном множестве $M = [0, 1]$, в котором принимает значение функция принадлежности. Нечеткие множества A_1 и A_2 имеют характеристические функционалы $\mu_{A_1}(x)$ и $\mu_{A_2}(x)$ соответственно, для каждого $x \in X$ основные операции над нечеткими множествами определяются следующим образом [8]:

1. Пересечение нечетких множеств находится как минимум их функций принадлежности:

$$A_1 \bigcap A_2 \Leftrightarrow \mu_{A_1 \cap A_2}(x) = \min\{\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)\}.$$

2. Объединение нечетких множеств, определяется как максимум функций принадлежности рассматриваемых множеств:

$$A_1 \bigcup A_2 \Leftrightarrow \mu_{A_1 \cup A_2}(x) = \max\{\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)\}.$$

3. Сумма нечетких множеств вычисляется следующим образом:

$$A_1 + A_2 \Leftrightarrow \mu_{A_1 + A_2}(x) = \mu_{A_1}(x) + \mu_{A_2}(x) - \mu_{A_1}(x)\mu_{A_2}(x).$$

4. Произведение нечетких множеств вычисляется следующим образом:

$$A_1 A_2 \Leftrightarrow \mu_{A_1 A_2}(x) = \mu_{A_1}(x)\mu_{A_2}(x).$$

5. Отрицание нечеткого множества:

$$\overline{A} \Leftrightarrow \mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x).$$

6. Умножение нечеткого множества на $\alpha \in [0, 1]$:

$$\alpha \Leftrightarrow \mu_{\alpha A}(x) = \alpha \mu_A(x).$$

7. Импликация нечетких множеств A_1 и A_2 определяется разными способами, приведем основные из них:

   - классическая нечеткая импликация, предложенная Л. Заде:

   $$A_1 \supset A_2 \Leftrightarrow \mu_{A_1 \supset A_2}(x) = \max\{\min\{\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)\}, 1 - \mu_{A_1}(x)\};$$

   - нечеткая импликация, предложенная Э. Мамдани:

   $$A_1 \supset A_2 \Leftrightarrow \mu_{A_1 \supset A_2}(x) = \min\{\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)\};$$

   - нечеткая импликация, предложенная Я. Лукасевичем:

   $$A_1 \supset A_2 \Leftrightarrow \mu_{A_1 \supset A_2}(x) = \min\{1, 1 - \mu_{A_1}(x) + \mu_{A_2}(x)\};$$

   - нечеткая импликация, предложенная Д. Гогеном:

   $$A_1 \supset A_2 \Leftrightarrow \mu_{A_1 \supset A_2}(x) = \min\{1, \mu_{A_1}(x)/\mu_{A_2}(x)\},\ \mu_{A_1}(x) > 0;$$

   - нечеткая импликация, предложенная Н. Вади:

   $$A_1 \supset A_2 \Leftrightarrow \mu_{A_1 \supset A_2}(x) = \max\{\mu_{A_1}(x) \cdot \mu_{A_2}(x), 1 - \mu_{A_1}(x)\};$$

   - нечеткая импликация по формуле граничной суммы:

   $$A_1 \supset A_2 \Leftrightarrow \mu_{A_1 \supset A_2}(x) = \min\{1, \mu_{A_1}(x) + \mu_{A_2}(x)\}.$$

8. Эквивалентность нечетких множеств: $A_1 \equiv A_2 \Leftrightarrow$
   $\mu_{A_1 \equiv A_2}(x) = \min\{\max\{\mu_{\overline{A_1}}(x), \mu_{A_2}(x)\}, \max\{\mu_{A_1}(x), \mu_{\overline{A_2}}(x)\}\}$.

Замечание. Обобщением классической теории множеств и логики является нечеткая логика и нечеткие подмножества. В подтверждение этому, в вышеприведенных операциях над нечеткими множествами 1), 2) и 3) использовались только бинарные значения 0 и 1, а следовательно, получим свойства и аксиомы, которые определены в булевой логике.

Высотой нечеткого множества A будем называть величину максимального значения функции принадлежности нечеткого множества $d = \sup\limits_{x\in X} \mu_A(x)$.

Если высота нечеткого множества принимает значение равное единице ($\sup_{x\in X} \mu_A(x) = 1$), то множество A является *нормальным*. Множество называется субнормальным ($\sup_{x\in X} \mu_A(x) < 1$), когда $\mu_A(x) < 1$.

Если $\forall x \in X : \mu_A(x) = 0$, то нечеткое множество A является *пустым*. Нормирование непустого субнормального нечеткого множества можно провести следующим способом: $\mu'_A(x) = \dfrac{\mu_A(x)}{\sup \mu_A(x)}$.

Элементы $x \in X$, для которых $\mu_A(x) = 0,5$, будем называть *точками перехода* нечеткого множества .

Приведем понятие α-*уровневого множества*, для нечеткого множества A, A_α: $A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$, при условии A_α монотонно по $\alpha \in [0,1]$, т. е. $\alpha_1 > \alpha_2 \Rightarrow A_{\alpha_1} \subset A_{\alpha_2}$. С помощью своих α-уровневых множеств, нечеткое множество A можно определить следующим образом: $A = \sum\limits_{\alpha} \alpha A_\alpha$, где αA_α – субнормальное четкое множество, а $\sum\limits_{\alpha}$ понимается в смысле операции суммы нечетких множеств.

3.3. Описание метода выбора альтернативы на основе правила нечеткого вывода

Рассмотрим метод решения многокритериальных задач, в случае, когда они представлены с помощью нечетких выражений, основанных на композиционном правиле обобщения альтернатив с заданной системой предпочтений ЛПР [1].

Наилучшая альтернатива выбирается из набора всевозможных альтернатив $x = \{x_1, \ldots, x_r\}$, которые заданы на универсальном множестве элементов X. Нечеткие подмножества A множества X определяют уровни оценки альтернатив. Значения лингвистической переменной K задают нечеткое подмножество A.

Положим $K = \{K_1, K_2, \ldots, K_n\}$ – множество критериев, учитываемых при решении задачи принятия решения. Оптимальность , заданную на множестве $I = [0,1]$ – интервале действительных значений, относительно решаемой задачи, рассматриваемого объекта, характеризует совокупность критериев с соответствующими значениями. Здесь под оптимальностью понимается степень удовлетворенности ЛПР. Переменная оптимальности тоже – лингвистическая.

Неопределенность, присутствующая при принятии решений, порождает неуверенность лица, отвечающего за принятие решения, из-за рисков неправильной интерпретации исходных данный и имеющейся информации относительно принимаемого решения. В связи с этим, формируются правила, заданные в терминах естественного языка (т.к. ЛПР неуверенно в своих оценках ситуации). На основе сформулированного набора правил $R = \{r_1, \dots, r_q\}$, каждое из которых задано в виде повествовательного предложения с помощью грамматической связки«если ..., то ...», базируется задача. Формально, высказывание r_i выглядит следующим образом:

$$r_i: \text{ «Если } k_1 = A_{1i} \text{ и } k_2 = A_{2i} \text{ и } \dots \text{ и } k_n = A_{ni}, \text{ то } C = B_i\text{».} \tag{3.2}$$

Входные лингвистические переменные – это те, которые присутствуют в условиях, а те, которые содержатся в заключениях – выходные. Положим пересечение информационных фрагментов $(k_1 = A_{1i} \bigcap k_2 = A_{2i} \bigcap \dots \bigcap k_n = A_{ni})$ через $K = A_i$. Основываясь на основных свойствах нечетких множеств, операция их пересечения соответствует вычислению минимума функций принадлежности данных множеств:

$$\mu_{A_i}(x_1, \dots, x_n) = \min_{x \in X_1 \times \dots \times X_n} \{\mu_{A_{i1}}(x_1), \mu_{A_{i2}}(x_2), \dots, \mu_{A_{in}}(x_n)\}. \tag{3.3}$$

Здесь $X = X_1 \times \dots \times X_n$; $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; $\mu_{A_{ij}}(x_j)$ – функция принадлежности элемента x_j, нечеткому множеству A_{ij}.

В силу введенных обозначений и свойств нечетких множеств, высказывание r_i примет вид:

$$r_i: \text{ «Если } K = A_i, \text{ то } C = B_i\text{ ».} \tag{3.4}$$

В качестве правила преобразования импликации нечетких множеств будем использовать способ нечеткой реализации, предложенный польским академиком Лукасевичем Я.:

$$\mu_D(x, i) = \min(1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(x)), \ \ \forall (x, i) \in X \times I \tag{3.5}$$

где D – нечеткое подмножество на $X \times I$, $x \in X$, $i \in I$.

Преобразуем высказывания таким же образом: $D_1, D_2, \dots, D_q$. Их пересечением является множество $\widehat{D} = D_1 \bigcap D_2 \bigcap \dots \bigcap D_q$ и функция принадлежности будет иметь следующий вид:

$$\mu_{\widehat{D}}(x, i) = \min_{j=\overline{1,q}}(\mu_{D_j}(x, i)), \ \ \forall (x, i) \in X \times I. \tag{3.6}$$

Для вычисления оптимальности альтернативы, описываемой нечетким подмножеством G_k, будем использовать композиционное правило вывода в нечеткой среде:

$$E_k = G_k \circ \widehat{D}, \tag{3.7}$$

где E_k – степень оптимальности альтернативы k, нечеткое подмножество интервала $I = \{0; 0.1; \ldots; 1\}$; G_k – представление альтернативы k в виде нечеткого подмножества X; $\widehat{D}$ – найденное функциональное решение.

В таком случае,

$$\mu_{E_k}(i) = \max_{x \in X}(\min(\mu_{G_k}(x), \mu_{\widehat{D}}(x, i))), \tag{3.8}$$

где $\mu_{G_k}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \neq x_k \\ 1, & \text{если } x = x_k \end{cases}$. Следовательно, $\mu_{E_k}(x) = \mu_{E_k}(x, i)$, т.е. E_k – k-ая строка в матрице общего функционального решения $\widehat{D}$.

Сравнение альтернатив происходит с помощью точечных оценок.

Для определения того, какое решение является наилучшим, необходимо провести сравнение нечетких подмножеств $E_k,\ k = \overline{1, r}$ в интервале $[0, 1]$.

Вычисляются α-уровневые множества $E_{k\alpha}$:

$$E_{k\alpha} = \{x \in X \mid \mu_{E_k}(x) \geq \alpha\}. \tag{3.9}$$

Для каждого $E_{k\alpha}$ определяется среднее число элементов (мощность) – $M(E_{j\alpha})$. Поиск значений мощности α-уровнего множества производится согласно формулам:

1) для множества из n элементов: $M(E_\alpha) = \sum\limits_{x_i \in E_\alpha} \dfrac{x_i}{n}$;

2) для $E_\alpha = \{a \leq x \leq b\}$: $M(E_\alpha) = \dfrac{a + b}{2}$;

3) для $0 \leq a_1 \leq b_1 \leq \cdots \leq a_n \leq b_n \leq 1$, $E_\alpha = \bigcup\limits_{i=1}^{n} \{a_i \leq x \leq b_i\}$:

$$M(E_\alpha) = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{a_i + b_i}{2}(b_i - a_i)}{\sum\limits_{i=1}^{n}(b_i - a_i)}.$$

На последнем шаге решения, для $E_k,\ k = \overline{1, r}$ строятся соответствующие точечные оценки, определяемые следующим образом:

$$F(E_k) = \frac{1}{\alpha_{\max}} \int\limits_0^{\alpha_{\max}} M(E_{k\alpha}) d\alpha,\ k = \overline{1, r}, \tag{3.10}$$

где $\alpha_{\max}$ – значение, при котором E_k достигает своего максимального значения.

Альтернатива, обладающая наибольшей оценкой, признается лучшей.

4. Оценка инвестиционной привлекательности акций

Рассмотрим задачу выбора инвестиционного проекта из множества альтернатив. Моделирование имеющейся информационной ситуации и принятие решения о выборе альтернативы произведем на основе подхода, использующего нечеткие множества. Будем считать, что выбор ЛПР основывается на сравнении и максимизации привлекательности (эффективности), составляющей результат от принятия конкретного решения. В общем случае показатель эффективности является векторной величиной. В качестве общей инвестиционной эффективности акций была принята интегральная комплексная оценка отдельных параметров деятельности компании со стороны их доходности, ликвидности и надежности (риска).

При решении данной задачи использование традиционных математических методов может быть проблематично из-за нечеткости процессов человеческого мышления. Поэтому для решения задачи выбора инвестиционного проекта из множества альтернатив был выбран метод, основанный на нечеткой логике, а именно – нечеткий вывод.

Фондовый рынок обладает значительным уровнем неопределенностей. Неопределенность, связанную с инвестициями, в общем случае, можно разделить на два вида:

1) Первый вид неопределенности связан с **нечеткостью** информации о текущем положения компании-эмитента и состояний рынка, в который вкладываются инвестиции.

2) Неопредееленность второго вида связана с **неясностью** из-за отсутствия точных данных относительно состояния параметров рынка ценной бумаги в будущем.

4.1. Лингвистическая оценка показателей

При решении задач экономического анализа рассматривается набор имеющихся показателей, которые характеризуют различные стороны положения компании. Примерами могут служить показатели прибыльности, рентабельности, ликвидности, устойчивости и др. По некоторым из них существуют нормативы, позволяющие оценить значение данных показателей в положительную или отрицательную стороны, но в подавляющем большинстве случаев однозначную нормировку показателей провести не удается.

Поэтому в процессе решения подобных задач довольно часто встает вопрос о качественной интерпретации параметров и показателей. Это связано с тем, что лицо, ответственное за принятие решения (руководитель, инвестор и др.), не ограничивается исключительно количественной оценкой параметров, для него важно понимать хороши ли значения показателей, если это так, то в какой мере. Лингвистическая оценка параметров действует на ЛПР как понятный сигнал и способствует принятию решения. Для достоверной лингвистической оценки параметров необходимо, во-первых, определить лингвистическую шкалу для проведения оценки, во-вторых, консолидировать требуемую для данной оценки информацию.

При выборе лингвистической шкалы ЛПР обычно не ограничивается простейшими бинарными оценками вида: «мало/много», «плохо/хорошо», так как для него важна более детальная классификация и их интерпретация. Довольно часто используется пятиуровневая классификация состояний: «Очень низкий (ОН) – Низкий (Н) – Средний (С) – Высокий (В) – Очень высокий (ОВ)». Реже используются шкалы, имеющие более семи уровней.

При формировании так называемой базы знаний – сбора всей необходимой информации для последующей лингвистической оценки, учитывается множество параметров. К ним относятся:

- количественные показатели и данные однотипных групп, соответствующих исследуемому объекту;
- дополнительные закономерности, присущие исследуемому объекту и оказывающие влияние на его оценку;
- всевозможные нормативы. Нормативные значения некоторых из параметров устанавливаются управляющими органами и имеют силу закона.

Возникновение дополнительных сложностей в задаче связано с тем, что из-за значительного количества показателей – ЛПР стремится определить взаимосвязь между количественными значениями частных показателей и некоторым результирующим показателем, значение которого характеризует состояние предприятия в целом, его эффективность.

4.2. Основные показатели оценки инвестиционной привлекательности компаний-эмитентов

Основой инвестирования в акции был, и всегда будет фундаментальный анализ. Расчет и оценка финансовых показателей компаний-эмитентов необходим перед принятием инвестиционных решений. Работу компании можно оценить множеством признаков. Для диагностики эффективности и финансовой устойчивости компаний, финансовыми аналитиками используются оценочные показатели. Для определения компании, привлекательной для инвестора, необходимо производить сравнение акций компаний одной отрасли между собой, посредством оценочных показателей. Рассмотрим основные рыночные показатели оценки акций компаний и методы их вычисления [26, 29].

«Акция – вид ценной бумаги, выражающей право держателя акции на получение части чистого дохода от деятельности компании, выпустившей эти акции, в виде дивидендов». [27] Акции бывают двух видов: обыкновенные и привилегированные. Наиболее распространенными являются так называемые обыкновенные акции, они дают возможность собственнику акции право голоса на общем собрании акционеров, но не фиксируют размер дивидендов.

Критерии, определяющие финансовую устойчивость компании

FL – коэффициент финансового рычага, который рассчитывается как отношение заемного капитала к собственному капиталу компании:

$$FL = TD/EC,$$

где TD – суммарные заемные обязательства, параметр включает в себя долгосрочные и краткосрочные заемные обязательства: $TD = LTD+STD$; EC – собственный капитал компании. Под финансовым рычагом подразумевается способ регулирования рентабельностью собственных капиталов, путем оптимизации соотношения собственных и заемных средств.

$EtTA$ – финансовой независимости или коэффициент автономии, определяется как:

$$EtTA = EC/TA,$$

где EC – собственный капитал компании; TA – сумма активов, состоит из оборотных и внеоборотных активов: $TA = CA + NCA$. Оборотные активы CA – активы, которые используются в производственной деятельности компании и погашаются в течение 12 месяцев или в течение одного операционного цикла, если он превышает 1 год. Внеоборотные активы NCA – материальные активы, приобретаемые компанией для производства и реализации продукции, срок использования которых превышает 12 месяцев.

Критерии, определяющие рентабельность компании

ROA – коэффициент рентабельности активов. Коэффициент ROA позволяет судить о прибыльности деятельности компании, определяется отношением чистой прибыли компании за отчетный период к ее суммарным активам:

$$ROA = \frac{NI}{TA} \cdot 100\%,$$

где NI – чистая прибыль компании, вычисляется как разность между полученной выручкой компании и всеми затратами за соответствующий период (уплата налогов, сборов, отчислений и других обязательных платежей в бюджет); TA – сумма активов. Финансовую отдачу от использования активов предприятия отражает коэффициент рентабельности активов (величина чистой прибыли с каждого рубля, вложенного в активы организации).

ROE – коэффициент рентабельности собственного капитала. Вычисляется как отношение чистой прибыли к величине собственного капитала компании:

$$ROE = \frac{NI}{EC} \cdot 100\%,$$

где NI – чистая прибыль, EC – собственный капитал компании. Экономическая эффективность использования акционерного капитала компании, инвертированного собственниками, характеризуется данным показателем. То есть, коэффициент рентабельности собственного капитала ROE показывает степень окупаемости вложений акционеров.

Критерии, определяющие положение компании на рынке ценных бумаг

EPS – коэффициент прибыли/убытка на акцию. Данный показатель определяется как отношение годовой чистой прибыли компании (за вычетом дивидендов по привилегированным акциям) к числу обыкновенных акций, находившихся в обращении в отчетный период:

$$EPS = \frac{NI - D_p}{N}.$$

P/E – коэффициент прибыли на акцию. Показатель P/E отражает отношение текущей рыночной цены акции к чистой прибыли на акцию:

$$P/E = \frac{P}{EPS},$$

где P – цена акции; EPS - прибыль на акцию. Коэффициент чистой прибыли P/E условно отражает количество лет, необходимых компании, чтобы окупить инвестиции своих акций (при неизменном размере прибыли в будущем).

Критерии, характеризующие ликвидность и надежность компании

CR – коэффициент текущей ликвидности. Показатель отражает отношение оборотных активов к текущим краткосрочным обязательствам:

$$CR = \frac{CA}{STD},$$

где CA – оборотные активы, STD – текущие краткосрочные заемные обязательства. Коэффициент текущей ликвидности позволяет сделать вывод о том, какая часть краткосрочных долговых обязательств компании может быть погашена в короткие сроки за счет текущих оборотных активов.

Cap – рыночная капитализация компании-эмитента. Под понятием рыночной капитализации будем понимать произведение количества выпущенных обыкновенных акций на биржевую цену одной акции P:

$$Cap = N \cdot P.$$

Оценка рыночной капитализации основывается на теории, что свободный рынок способен учитывать в совокупности все показатели, которые могут влиять на цену компании. Таким образом, благодаря биржевым торгам, можно установить истинную стоимость компании-эмитента.

4.3. Выбор ключевых критериев для оценки привлекательности акций

Определение ключевых критериев и их коэффициентов относительной важности для оценки инвестиционной привлекательности акций проведем на основе анализа публикаций экономистов последних лет, посвященных различным методам оценки инвестиционной привлекательности [14, 26, 27, 29].

Можно выделить два основных подхода: спекулятивный и стратегический. В первом случае ЛПР, оценивает инвестиционную привлекательность акций, опираясь на соотношение доходности вложений и риска инвестирования. Для подхода второго типа характерен учет показателей финансово - хозяйственной деятельности компаний-эмитентов.

За последнее время концептуальных изменений в подходе оценки стоимости акций компаний на российском фондовом рынке не происходило. Но степень значимости того или иного параметра в комплексной оценке качества акций со временем варьировалась. Ранее инвесторов больше интересовали так называемые «индустриальные» параметры, такие как коэффициент «капитализация/добыча нефти» и «капитализация/запасы нефти», в последние годы преобладающим параметром оценки стал коэффициент доходности вложений P/E.

В качестве базовой, была принята модель приоритетов факторов, при которой ЛПР, в первую очередь, руководствуется стратегией, направленной на получение дохода от вложенных средств и рассчитывает на рост цены акций и их недооцененность. Поэтому факторы, отражающие надежность компании, ставятся на второй план. Считается, что в подобной системе фактор надежности уже учтен ЛПР на этапе выбора страны, так как с мировой точки зрения, вложения в российские акции являются заведомо рискованными. Фактор, отражающий надежность компании тоже учитывается, но во вторую очередь. Поэтому инвестор в приоритете рассматривает компании, занимающие значительную долю на рынке и находящимися на подъеме. Отсюда роль капитализации и ликвидности в оценке.

Факторы эффективности работы компании занимают в анализе третье место. Это связано с тем, что в перспективе долгосрочного периода, рост цен на акции может быть определен только эффективной и устойчивой работой компании.

На основе вышеизложенного были выделены следующие приоритеты факторов оценки акций:

P_1 : *Ожидаемая доходность вложений в акции.* В качестве основного индикатора инвестиционной оценки акции был выбран коэффициент прибыли на акцию P/E, характеризующий положение компании на рынке ценных бумаг. P/E свидетельствует о доходности вложений в акции.

P_2 : *Надежность.* Для оценки риска дефолта компании-эмитента было выбрано значение рыночной капитализации компании Cap [14]. Степень надежности и финансовой устойчивости определяется с помощью коэффициента финансовой независимости $EtTA$ и коэффициента финансового рычага FL.

P_3 : *Текущая эффективность работы.* В качестве факторов, характеризующих рентабельность компании, были выбраны: рентабельность собственного капитала ROE, рентабельность активов ROA. Оценка текущего финансового положения компании проводится на основе значения коэффициента текущей ликвидности CR.

В данном случае, шкала предпочтений факторов будет иметь следующий вид:

$$P_1 \succ P_2 \succ P_3. \tag{4.1}$$

В результате ранжирования выбранных 7 основных факторов инвестиционной привлекательности, получим систему предпочтений вида:

$$P/E \succ Cap \succeq EtTA \approx FL \succ ROE \approx ROA \approx CR. \tag{4.2}$$

В общем случае, выбор основных критериев для оценки инвестиционной привлекательности акций и их приоритет может меняться в зависимости от системы предпочтений ЛПР.

5. Оценка инвестиционной привлекательности акций нефтегазовой отрасли России

Проведем исследование инвестиционной привлекательности акций крупнейших компаний-эмитентов нефтегазовой отрасли России. Значения анализируемых показателей (по состоянию на 01.04.2016) сведены в Таблицу П.1. Используемые обозначения показателей: P/E – доходность вложений, в долях; Cap – капитализация активов, млрд. руб; ROE – коэффициент рентабельности собственного капитала,% годовых; ROA – коэффициент рентабельности активов, % годовых; CR – коэффициент текущей ликвидности, $EtTA$ – коэффициент автономии, FL – коэффициент финансового рычага.

Расчет показателей по каждому эмитенту производился на основе информации, раскрываемой компаниями: бухгалтерского анализа, отчетов о финансовых результатах и пр. [29]

5.1. Нефтегазовая промышленность России

На сегодняшний день, нефть и газ остаются незаменимым топливом для мировой экономики. В общемировом масштабе экономика энергетической отрасли остается неизменной, несмотря на прогрессирующий рост применения регенеративных источников энергии («зеленая энергия»).

В ближайшее время регенеративные источники не смогут составить экономически выгодную альтернативу нефти, природному газу и углю. По прогнозам экспертов к 2030 году на долю горючих полезных ископаемых будет приходиться около 80% потребления энергии [25].

Нефтегазовая отрасль, как один из важнейших экономических показателей российской экономики, играет ведущую роль для формирования бюджета страны. На основании итогов 2015 года – поступления в бюджет от нефтегазовой отрасли составили 5,86 трлн. рублей [28]. Это составило 43% от общих доходов Федерального бюджета (Рис. П.1.).

Мировые цены на нефть и поведение на мировом рынке основных конкурентов по добыче нефти влияют на развитие и темпы роста нефтегазовой промышленности Российской Федерации.

В сфере добычи и переработки природного газа крупнейшими российскими компаниями являются «Газпром» и«НОВАТЭК». Добычу природного газа также осуществляют предприятия, входящие в структуру нефтяных вертикально-интегрированных компаний. Самыми крупными предприятиями нефтегазовой промышленности России являются: «Роснефть», «Лукойл», «Сургутнефтегаз» и «Газпром Нефть».

5.2. Построение множества Парето

Прежде чем перейти к задаче определения привлекательности акций, основывающейся на нечеткой логике, проведем этап безусловной оптимизации имеющихся вариантов.

В ходе данного шага, отбросим «худшие» варианты и построим множество Парето для задачи векторной оптимизации.

Решение $x^* \in X$ – оптимально по Парето по векторному критерию $f(x)$, если не существует решения $x \in X$, которое было бы лучше x^* по f:

$$f_i(x) \geqslant f_i(x^*),\ f_j(x) > f_j(x^*), \tag{5.1}$$

для всех $i \in I$ и хотя бы одного $j \in I$, I – множество номеров критериев. Т.е. не существует x: $f(x) \geq f(x^*)$, где $\geq$ – отношение Парето.[]

Множество Парето (множество компромиссов) – набор всех оптимальных по Парето решений [13]:

$$P_f(X) = \{x^* \in X|\ \text{не существует такого}\ x \in X,\ \text{что}\ f(x) \geq f(x^*)\}. \tag{5.2}$$

В рассматриваемой задаче, привлекательность альтернативных вариантов (акций компаний) $X = (x_1, \ldots, x_{11})$ оценивается на основе нескольких показателей: $K_i,\ i = 1, 7$.

Критерии оценки имеют вид: $f(x) = (f_1(x), \ldots, f_7(x))$; для частных критериев, основываясь на их экономической интерпитации, ставится следующая задача: $f_1(x) \to \min$, $f_i(x) \to \max,\ i = \overline{2, 7}$. Приведем критерий $f_1(x)$ к стандартному виду: $f_1(x) = f_1^{\max}(x) - f_1(x)$.

В силу введенной стандартизации, многокритериальная задача будет иметь следующий вид:

$$f(x) = (f_1(x), \ldots, f_7(x)) \to \max \tag{5.3}$$

Для дальнейшего удобства, проведем нормирование всех рассматриваемых критериев – приведем их к безразмерности и одному масштабу:

$$f_i^{Norm}(x) = \frac{f_i(x)}{f_{\max}},\ f_{\max} = \max_{x \in X} f_i(x). \tag{5.4}$$

Полученные нормированные значения критериев $0 \leqslant f_i^{Norm}(x) \leqslant 1$ представлены в Таблице П.2.

После этого, с помощью алгоритма нахождения множества Парето, описанного в [13], определим искомое множество, путем последовательного сравнения по отношению $\geq$ имеющихся альтернатив.

В результате нахождения множества Парето, было выяснено, что все рассматриваемые альтернативы принадлежат данному множеству. Таким образом, с помощью построения Парето-оптимального множества был исключен последующий выбор заведомо «худших» (улучшаемых) альтернатив.

5.3. Нечеткомножественная классификация значений выбранных параметров

На основе анализа гистограмм распределения эмитентов по уровням выбранных показателей эффективности (Рис. П.3.) и имеющихся значений параметров (Таблица П.1.), была получена нечеткомножественная пятиуровневая классификация состояний значений показателей, представленная в Таблице 1. Столбцы таблицы являются термами значений лингвистической переменной «Уровень показателя»: Н – низкий, СН – средне-низкий, С – средний, СВ – средне-высокий, В – высокий.

Показатель	Диапазон значений для уровня показателя:				
	В	СВ	С	СН	Н
P/E	<3 и >0	3 - 7	7 - 10	10 - 12	>12 или <0
Cap,млрд.р	>2000	2000 - 1000	1000 - 300	300 - 100	<100
ROE,%	>20	20 - 15	15 - 10	10 - 8	<8
ROA,%	>70	70 - 40	40 - 25	25 - 20	<20
CR	>2	2 - 1.5	1.5 - 1	1 - 0.5	<0.5
FL	>0.55	0.55 - 0.4	0.4 - 0.3	0.3 - 0.2	<0.2
$EtTA$	>0.65	0.65 - 0.55	0.55 - 0.45	0.45 - 0.35	<0.35

Таблица 1: Классификация уровней значений показателей.

Далее проводится процесс фаззификации – приведение к нечеткости, т. е. распределение имеющихся показателей по уровням, в соответствие с введенной классификацией (Таблица 1). Другими словами, устанавливается взаимосвязь между численными значениями показателей и значением функции принадлежности соответствующего ей элемента терм-множества лингвистической переменной«Уровень показателя». Результаты процесса фаззификации приведены в Таблице П.3.

На следующем шаге, для каждого выбранного параметра устанавливаем нечеткое соответствие между его текущим значением и уровнем лингвистической переменной, путем задания трапециевидной функции принадлежности (Рис. П.3.).

Трапециевидная функция принадлежности – вид кусочно-линейной функции принадлежности, порождающей нормальное выпуклое нечеткое множество (Рис. 1). [1]

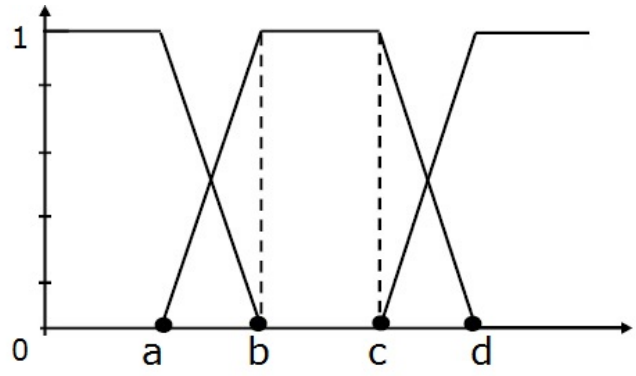

Рис. 1: Система графиков траепецивидных функций принадлежности, задающая трехуровневую классификацию.

В общем случае, аналитическое задание функции принадлежности трапециевидного вида может быть представлено следующим образом [11]:

$$f_T(x) = \begin{cases} 0, & x \leqslant a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a \leqslant x \leqslant b \\ 1, & b \leqslant x \leqslant c \\ \dfrac{d-x}{d-c}, & c \leqslant x \leqslant d \\ 0, & d \leqslant x \end{cases}$$

где a, b, c, d – упорядоченные числовые параметры ($a \leqslant b \leqslant c \leqslant d$). Нижнее основание трапеции характеризуют a и d, b и c – верхнее основание, отражающее точное соответствие параметров значению лингвистической переменной. Показателем степени уверенности соответствия лингвистической переменной служат боковые ребра трапеции.

На основе построенных функций принадлежности (Таблица П.3.) произведем численную оценку их значений для имеющихся показателей, основываясь на следующих правилах:

- если значение показателя точно попадает в рассматриваемый интервал (Н, С, В), то для данного уровня принимается значение равное 1, остальным присваивается значение 0.

- если значение показателя является пограничным – попадает в зону неуверенности (СН, СВ), то для смежных уровней формируются два значения, их вычисление происходит с помощью расчета значения координаты наклонного ребра функции принадлежности при заданной абсциссе.

Результат оценки значений функций принадлежности показателей приведен в Таблицах П.5. – П.8.

5.4. Построение базы правил системы нечеткого вывода

Для дальнейшего анализа и построения системы нечеткого вывода требуется сформировать информационную базу правил нечеткого вывода. Информационная база правил представляет собой совокупность утверждений, выраженных в формальном виде и отражающих эмпирические знания и опыт специалистов.

Для удобства введем переобозначение рассматриваемых показателей: $K_1 = P/E$, $K_2 = Cap$, $K_3 = EtTA$, $K_4 = FL$, $K_5 = ROA$, $K_6 = ROE$, $K_7 = CR$.

Определим результирующую лингвистическую переменную «Инвестиционная привлекательность», имеющую следующие значения терм - множества: UA – не привлекательная, A – вполне привлекательная, VA – привлекательная, MA – очень привлекательная, P – безупречная.

Из-за отсутствия возможности в исследуемой задаче построения базы правил экспертным путем (например, на основе эмпирических оценок экспертов), была поставлена задача создания метода для формирования информационной базы правил.

Определение коэффициентов относительной значимости параметров

Для начала определим коэффициенты относительной значимости показателей инвестиционной привлекательности $K_i,\ i = \overline{1,7}$ на основе принятых нами ожиданий инвестора и построенной ранее системы предпочтений (4.2).

Определение коэффициентов относительной значимости p_i проведем с помощью процедуры парного сравнения критериев на основе модифицированной шкалы Саати [18].

Согласно данному подходу, относительная значимость a_{ij} показателя K_i по отношению к показателю K_j может быть выражена натуральным значением от 1 до 5 (Таблица 2). Преимущество применения шкалы $1:5$ состоит в простоте разграничивания оценок критериев по их значимости. При определении значений относительной важности уровни шкалы: 1, 3 и 5 являются главными, а 2 и 4 – промежуточными альтернативами выбора (Рис. П.4.).

Важность критериев	Значение элемента a_{ij}
Одинаковая степень важности	1
Несущественно важнее	3
Существенно важнее	5
Промежуточные значения	2, 4

Таблица 2: Модифицированная шкала оценок важности показателей.

Вначале формируется матрица парных сравнений $A = \{a_{ij}\}$, опираясь на данные Таблицы 2. Кроме того, для того, чтобы матрица матрица A была обратно-симметричной, выполняется условие $a_{ij} = 1/a_{ji}$, и $a_{ii} = 1$.

На основе этих предположений матрица парных сравнений в нашем случае будет иметь вид (Таблица П.9.):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 4 & 5 & 5 & 5 \\ 1/3 & 1 & 3 & 3 & 4 & 4 & 4 \\ 1/4 & 1/3 & 1 & 1 & 3 & 3 & 3 \\ 1/4 & 1/3 & 1 & 1 & 3 & 3 & 4 \\ 1/5 & 1/4 & 1/3 & 1/3 & 1 & 1 & 2 \\ 1/5 & 1/4 & 1/3 & 1/3 & 1 & 1 & 2 \\ 1/5 & 1/4 & 1/3 & 1/4 & 1/2 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

Затем находится собственный вектор $w = (w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6, w_7)$ матрицы A, соответствующий собственному числу, имеющему максимальное значение $\lambda_{\max}$, из решения уравнения:

$$Aw = \lambda_{\max} w. \tag{5.1}$$

Вычислим собственные значения $(A - \lambda E)w = 0$. Данная система имеет нетривиальное решение только в том случае, когда $\det(A - \lambda E) = 0$. Найдем определитель и вычислим собственные значения: $\det(A - \lambda E) = (-\lambda^7 + 7\lambda^6 - 0.08\lambda^5 + 17.7817\lambda^4 + 7.3486\lambda^3 + 2.2135\lambda^2 + 0.0891\lambda)\lambda = 0$. Из решения уравнения получаем:
$\lambda_1 = 0$,
$\lambda_2 = -0.188131 - 0.263802i$,
$\lambda_3 = -0.188131 + 0.263802i$,
$\lambda_4 = -0.0466664$,
$\lambda_5 = 0.0421477 - 1.57367i$,
$\lambda_6 = 0.0421477 + 1.57367i$,
$\lambda_7 = 7.33863$.

Следовательно $\lambda_{\max} = 7.33863$. Найдем собственный вектор w из $(A-$

$\lambda E)w = 0$: $(A - 7.33863E)w = 0$. Рассмотрим систему:

$$\begin{cases} -6,34w_1 + 3w_2 + 4w_3 + 4w_4 + 5w_5 + 5w_6 + 5w_7 = 0, \\ 0,33w_1 - 6,34w_2 + 3w_3 + 3w_4 + 4w_5 + 4w_6 + 4w_7 = 0, \\ 0,25w_1 + 0,33w_2 - 6,34w_3 + w_4 + 3w_5 + 3w_6 + 3w_7 = 0, \\ 0,25w_1 + 0,33w_2 + w_3 - 6,34w_4 + 3w_5 + 3w_6 + 4w_7 = 0, \\ 0,2w_1 + 0,25w_2 + 0,33w_3 + 0,33w_4 - 6,34w_5 + w_6 + 2w_7 = 0, \\ 0,2w_1 + 0,25w_2 + 0,33w_3 + 0,33w_4 + w_5 - 6,34w_6 + 2w_7 = 0, \\ 0,2w_1 + 0,25w_2 + 0,33w_3 + 0,25w_4 + 0,5w_5 + 0,5w_6 - 6,34w_7 = 0. \end{cases}$$

Данная система имеет только решение равное нулю. Для вычисления w используем замену одного из уравнений в системе на условие нормировки: $w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6 + w_7 = 1$. Решение системы уравнений дало собственный вектор, соответствующий максимальному собственному числу $\lambda_{\max} = 7.33863$:

$w_1 = 0,3792969$, $w_2 = 0,2289217$, $w_3 = 0,1176911$, $w_4 = 0,1232391$, $w_5 = 0,0550642$, $w_6 = 0,0550642$, $w_7 = 0,0407229$.

Получили искомые значения коэффициентов относительной значимости p_i показателей:

$$p_1 = 0,38, p_2 = 0,22, p_3 = 0,12, p_4 = 0,12, p_5 = 0,06, p_6 = 0,06, p_7 = 0,04,$$

$$\sum_{i=1}^{7} p_i = 1, p_i \geq 0, i = \overline{1,7}. \tag{5.2}$$

Результат итоговой системы коэффициентов относительной значимости приведен в таблице 3.

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7
p_i	0,38	0,22	0,12	0,12	0,06	0,06	0,04

Таблица 3: Значение коэффициентов относительной значимости показателей.

Определение оценок значимости элементов терм-множества лингвистической переменной «Уровень показателя»

В силу того, что введенные оценки терм-множества уровней показателей, характеризуются не с численном отношении, а со стороны оценки воздействия на результирующую оценку инвестиционного качества акций, будет справедливо упорядочивание по уровню значимости следующего вида:

$$B \succ C \succ H, \tag{5.3}$$

где B – терм, описывающий значение «высокий», C – «средний», H – «низкий».

Для дальнейшего построения базы правил – каждому виду лингвистических значений присвоим числовые эквиваленты, характеризующие их относительную значимость.

Так как о значимости термов лингвистической переменной известно только их распределение по мере убывания, то для расчета весовых коэффициентов значимости a_j воспользуемся правилом Фишбрена:

$$a_j = \frac{2(k-j+1)}{k(k+1)}, \tag{5.4}$$

где j – номер значения лингвистической переменной; n – общее количество значений, при этом $\sum_{i}^{k} a_j = 1$.

На основе вычислений по формуле (5.4) были получены следующие оценки значимости термов лингвистической переменной «Уровень показателя»:

$$a_1 = \frac{1}{2},\ a_4 = \frac{1}{3},\ a_3 = \frac{1}{6}.$$

Результат системы оценок приведен в таблице 4.

	B	C	H
a_i	0,5	0,33	0,17

Таблица 4: Оценки значимости элементов терм-множества лингвистической переменной «Уровень показателя».

Формирование базы правил

Под правилом будем понимать логическое формальное высказывание вида (3.2):

$r_l :$ «Если $K_1 = A_{1j}$ и $K_2 = A_{2j}$ и $\ldots$ и $K_m = A_{mj}$, то $C = B_i$».

Пусть m – количество параметров, присутствующих в сформированном правиле; n – общее число параметров, участвующих в построении правил, k – количество элементов терм-множества лингвистической переменной, характеризующей уровень рассматриваемых параметров.

Определим общее число различных наборов правил, полагаясь на основные формулы комбинаторики. Количество всевозможных вариантов, составляет:

$$N = \sum_{m=1}^{n} N_m = C_n^m A_k^m, \tag{5.5}$$

где $C_n^m = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$ – число сочетаний из n параметров по m, при этом, их порядок не имеет значения; $A_k^m = k^m$ – число размещений с повторениями из k параметров по m, т.е. элементы на определенных позициях могут повторяться.

Определим количество различных наборов правил для рассматриваемой задачи: $n = 7,\ m = \overline{1,7},\ k = 3$. Результаты вычислений приведены в таблице П.11. В нашем случае имеем $N = 16383$.

Вычисление обобщенной оценки z^l для каждого правила l будем производить следующим способом:

$$z^l = \sum_i p_i a_{ij}^l, \tag{5.6}$$

где l – номер правила, p_i – коэффициент относительной значимости показателя, $a_i^l j$ - оценка значимости элементов терм-множества лингвистической переменной «Уровень показателя» для показателя K_i в правиле, имеющим номер l.

Для каждого правила проведем нормирование полученных оценок, с помощью линейного преобразования вида:

$$z_n(z) = \frac{z - z_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}},\ \text{при}\ z_n(z_{\min}) = 0, z_n(z_{\max}) = 1, \tag{5.7}$$

где z_n – нормированная оценка z, $z_{\min}$ – минимальное значение z для соответствующего числа параметров в правиле, $z_{\max}$ – максимальное значение.

На основе принадлежности нормированных оценок z_n^l интервалам терм-множеств результирующей лингвистической переменной «Инвестиционная привлекательность» (Таблица П.4.) – каждому правилу r_l поставлено в соответствие значение данной лингвистической переменной переменной (UA, A, VA, MA, P).

В результате предложенного способа была сформирована информационная база правил, предназначенная для дальнейшего построения системы нечеткого вывода (Таблица П.10.).

В общем случае, базы правил разных лиц, принимающих решение, могут отличаться между собой, так как они зависят от предпочтений ЛПР.

5.5. Программная реализация задачи нечеткого вывода

В данной работе в качестве инструментального средства разработки программного продукта для поддержки выбора решений на основе правила нечеткого вывода, был выбран объектно-ориентированный язык программирования C#, выполняемый в среде .Net Framework 4.5.1.

Язык C# – современный, типобезопасный, широко используемый язык программирования, поддерживающий принципы объектно-ориентированного языка, такие как: инкапсуляция, наследование и полиморфизм.

Выполняемые функции: выбор лучшей альтернативы на основе правил нечеткого вывода.

Основные этапы программной реализации нечеткого вывода.

1. В качестве входных параметров программного продукта используются массив данных, содержащий результаты оценки значений функции принадлежности для показателей (Таблицы П.5. - П.8.) и сформированная информационная база правил нечеткого вывода (Таблица П.10.).

Функции принадлежности лингвистической переменной«Инвестиционная привлекательность» определим следующим образом:

- не привлекательная (UA): $\mu_U(x) = 1 - x,\ x \in I$;
- вполне привлекательная (A): $\mu_A(x) = x,\ x \in I$;
- привлекательная (VA): $\mu_{VA}(x) = x^2,\ x \in I$;
- очень привлекательная (MA): $\mu_{MA}(x) = \sqrt{x^3},\ x \in I$;
- безупречная (P): $\mu_P(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \neq 1 \\ 1, & \text{если } x = 1 \end{cases}$

Пример программного описания функции принадлежности приведены на Рис. П.6.

2. Следующий этап – агрегирование подусловий нечетких правил, содержащихся в информационной базе. Целью агрегирования является вычисление степени достоверности условий каждого выражения, входящего в состав информационной базы правил. Другими словами, для каждого правила проводится определение минимального значения истинности выражений, входящих в его состав.

Когда правило – простое нечеткое высказывание, значение степени достоверности данного условия определяется как величина функции принадлежности терм-множеству.

Если правило имеет структуру сложного высказывания, значение степени достоверности правила вычисляется на основе величин, входящих в состав элементарного высказывания, с помощью функций принадлежности терм-множества лингвистических переменных.

В нашем случае, рассматриваемые правила имеют составной характер, так как формируются из выражений, объединенных между собой операцией логики «И». Основываясь на свойствах нечетких множеств для вычисления степени достоверности имеющихся правил, воспользуемся определением нечеткой операции логики «И» по Заде Л. (3.3).

3. Преобразование импликации нечетких множеств, формирование нечетких подмножеств D_i. В качестве способа преобразования импликации, используется правило нечеткой импликации (3.5). После этого находим функциональное решение $\widehat{D}$, функции принадлежности которого имеют вид (3.6).

4. Вычисление оптимальности альтернатив E_i, описываемых нечеткими подмножествами с помощью композиционного правила вывода в нечеткой среде (3.7).

5. Сравнение нечетких подмножеств с помощью точечных оценок. Для этого вначале вычисляются α-уровневые множества $E_{k\alpha}$ (3.9) и определяется их мощность $M(E_{k\alpha})$. После чего строятся соответствующие точечные оценки, согласно формуле (3.10).

5. Выходными параметрами программы является набор точечных оценок альтернатив. Альтернатива, имеющая наибольшую оценку признается лучшей.

Описание классов программной реализации:

Диаграмма, приведенная на Рис. 2., отражает взаимодействия и отношения классов реализованного программным путем метода нечеткого вывода.

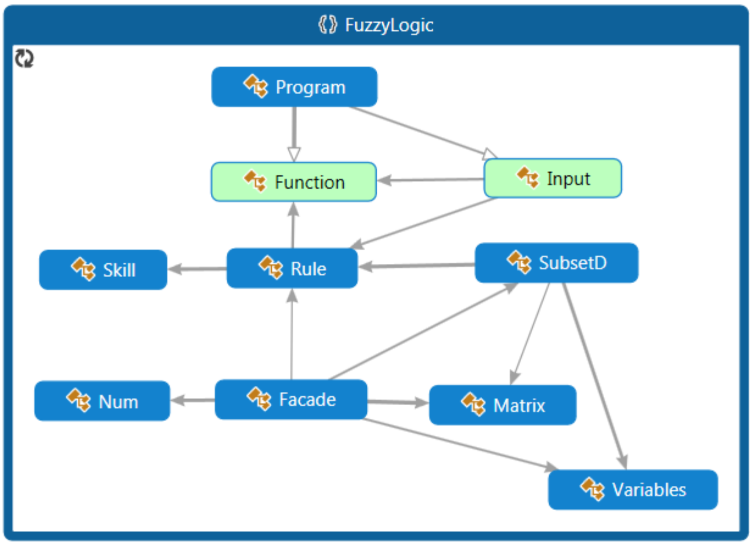

Рис. 2: Диаграмма классов реализации метода нечеткого вывода.

1) Класс *Input* отвечает за ввод данных.

2) Класс *Function* содержит набор нечетких функций.

3) Класс *Rule* содержит описания правил.

4) Класс *Scill* описывает параметры всех объектов.

5) Класс $SubsetD$ предназначен для формирования матриц D_i.

6) Класс $Facade$ производит все необходимые вычисления.

7) Класс Num предназначен для облегчения сортировки.

8) Класс $Matrix$ предназначен для манипулирования с матрицами.

9) Класс $Variablies$ задает точность последующих вычислений и размерность матрицы D.

Программные реализации данных классов представлены на Рис. П.7. – П.14.

В результате выполнения программы были получены точечные оценки, представленные на Рис. 3:

```
PointEstimate[1] = 0.3606
PointEstimate[2] = 0.3804
PointEstimate[3] = 0.3338
PointEstimate[4] = 0.3504
PointEstimate[5] = 0.3878
PointEstimate[6] = 0.3206
PointEstimate[7] = 0.3590
PointEstimate[8] = 0.2352
PointEstimate[9] = 0.4400
PointEstimate[10] = 0.3584
PointEstimate[11] = 0.2684
```

Рис. 3: Результат работы программы.

Таким образом, имеем:

	Компания	$F(E_k)$
1	ПАО АНК «Башнефть»	0,3606
2	ПАО «Варьеганнефтегаз»	0,3804
3	ПАО «Газпром»	0,3338
4	ПАО «Газпром нефть»	0,3504
5	ПАО «ЛУКОЙЛ»	0,3878
6	ОАО «НОВАТЭК»	0,3206
7	ОАО «НК „Роснефть“»	0,3590
8	ОАО «СН-МНГ»	0,2352
9	ОАО «Сургутнефтегаз»	0,4400
10	ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина	0,3584
11	ОАО «ЯТЭК»	0,2684

Таблица 5: Точечные оценки альтернатив.

Альтернативой, имеющей наибольшую точечную оценку $F(E_k) = 0,44$, является компания ОАО «Сургутнефтегаз».

Ранжируем компании-эмитенты в порядке возрастания значения точечной оценки. После чего, каждой альтернативе присвоим значения лингвистической переменной «Рекомендации»: B – покупать, MB – скорее всего покупать, H – держать, MS – скорее всего продавать, S – продавать.

Компания	$F(E_k)$	Рекомендации
ОАО «СН-МНГ»	0,2352	S
ОАО «ЯТЭК»	0,2684	S
ОАО «НОВАТЭК»	0,3206	MS
ПАО «Газпром»	0,3338	MS
ПАО «Газпром нефть»	0,3504	H
ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина	0,3584	H
ОАО «НК „Роснефть“»	0,3590	H
ПАО АНК «Башнефть»	0,3606	H
ПАО «Варьеганнефтегаз»	0,3804	MB
ПАО «ЛУКОЙЛ»	0,3878	MB
ОАО «Сургутнефтегаз»	0,4400	B

Таблица 6: Рекомендации на основе точечных оценок альтернатив.

В результате анализа, было выявлено, что компанией, обладающей наибольшей привлекательностью акций, является ОАО «Сургутнефтегаз». Ценные бумаги данной компании рекомендуются к покупке. Следующие по привлекательности компании-эмитенты: ПАО «ЛУКОЙЛ» и ПАО «Варьеганнефтегаз». Двойкой аутсайдеров являются нефтегазовые компании ОАО «ЯТЭК» и ОАО «СН-МНГ», при наличии компаний данных акций в фондовом портфеле, рекомендуется их продажа, на основании введенной нами системы предпочтений.

Выводы

Несмотря на большое количество существующих книг, посвященных поведению на фондовом рынке, к сегодняшнему дню, не разработано общеизвестного и «правильного» способа для инвертирования. Для всех инвесторов значения общеизвестных параметров одинаково, однако каждый интерпретирует их по своему усмотрению и соотнеся их со своими личными предпочтениями принимает решение.

Достоинством принятия решений, базирующихся на нечетких множествах является способ получения новых способов анализа, опирающихся на объединении различных совокупностей показателей в единый результирующий комплексный показатель. Кроме этого, модели подобного вида, позволяют объединять совершенно разнородные параметры в одну модель, которая описывается количественно. Разработанная экспертная система позволяет по введенным конкретным значениям входных параметров получать оценку привлекательности рынка ценных бумаг.

Для осуществления реализации метода нечеткого вывода требуются некоторые усилия от лица, принимающего решение, касаемые задания набора входных значений: термов лингвистических переменных, функций их принадлежности, формирования информационной базы правил. В этой связи, процесс выбора наилучшего инвестиционного проекта из множества возможных альтернатив не способнен стать полностью автоматизированным из-за того, что он в значительной степени опирается на субъективные предпочтения лица, отвечающего за принятие решения.

Заключение

В ходе работы был произведен анализ рынка инвестиционных бумаг на примере крупнейших компаний, представляющих нефтегазовую отрасль России, на основании которого, были получены следующие результаты:

1. Исследованы основные методы принятия решений в случае многокритериальных задач при условии неопределенности. В частности, подробно рассмотрена задача принятия решений в условиях риска и приведены возможные подходы к ее решению.

2. Построено множество Парето для рассматриваемых альтернативных вариантов акций компаний-эмитентов, с целью исключения из рассмотрения заведомо неподходящих альтернатив.

3. На основе анализа инвестиционного рынка, выявлены основные параметры для оценки акций с учетом системы предпочтений ЛПР.

4. Задача нахождения лучшей альтернативы сформулирована и решена рамках теории нечетких множеств и нечеткой логики. В ходе решения данной задачи были выполнены следующие подзадачи:

   (a) Произведен анализ гистограмм распределения факторов, влияющих на оценку акций компаний-эмитентов.

   (b) На основе вида гистограмм и экспертной оценки параметров – построены соответствующие им функции принадлежности.

   (c) На основе выбора ключевых параметров для оценки привлекательности акций, предложен метод построения информационной базы правил.

5. Исходя из сформированной базы правил, программным путем реализована процедура нечеткого вывода с целью определения выбора наилучшей альтернативы.

6. Благодаря полученным оценкам альтернатив, были сделаны выводы относительно инвестиционной привлекательности акций компаний-эмитентов, присутствующих на фондовом рынке.

Полученные результаты могут служить основой для дальнейшего исследования инветиционного рынка и других смежных отраслей.

Список литературы

1. Борисов А. Н., Крумберг О. А., Федоров И. П. Принятие решений на основе нечетких моделей. Примеры использования.– Рига: Зинатне, 1990. – 184 с.

2. Голубков Е.П. Сущность и характерные особенности управленческих решений // Менеджмент в России и за рубежом, №1, 2003. с. 26 – 31.

3. Гурин Л. Г. О задачах многокритериальной оптимизации в условиях неопределенности // Журнал вычислительной математики и математической физики, №8, 2004. с. 1356 – 1357.

4. Жуковский В. И., Салуквадзе М. Е. Многокритериальные задачи управления в условиях неопределенности. — Тбилиси: Мецниереба, 1991. – 128 с.

5. Иваненко В. И., Лабковский В. А. Проблема неопределенности в задачах принятия решений. — Киев: Наукова думка, 1990. – 136 с.

6. Иванов М. В., Рубан А. И. Поисковый непараметрический алгоритм спуска в область Парето при многокритериальной оптимизации // Информатика и процессы управления: Сб. науч. работ.– Красноярск: КГТУ, 1995. с. 118 – 123.

7. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. – М.: Мир, 1964. – 835 с.

8. Колбин В. В. Многокритериальные задачи оптимизациии. Учебное пособие к специальному курсу «Математическая теория решений» — СПб: НИИХ СПбГУ, 2002. – 56 с.

9. Колбин В. В. Теория решений (методы принятия решений). – Palmarium Academic Publishing, 2013. – 640 с.

10. Лапко А. В. Непараметрические методы оптимизации и их применение. – Новосибирск: Наука, 1993. – 152 с.

11. Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. – СПб.: БХВ Петербург, 2005. – 736 с.

12. Недосекин А. О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций. – СПб.: 2002. – 181 с.

13. Ногин В. Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: Физмалит, 2002. – 144 с.

14. Пермяков А. С. Инвестиционное обеспечение и управление капитализацией нефтегазовых компаний. – Тюмень: 2001. – 138 с.

15. Пивкин В. Я., Бакулин Е. П., Кореньков Д. И. Нечеткие множества в системах управления // Под ред. Золотухина Ю. Н. – Новосибирск: НГУ, 1995. – 40 с.

16. Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 256 с.

17. Смирнова К. А. Понятие неопределенности экономических систем и подходы к ее оценке // Вестник МГТУ, №2, 2008. с. 241 – 246.

18. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.

19. Dubois D, Prade H. Possibility Theory // An Approach to Computerized Processing of Uncertainty. – New York: Plenum Press, 1986.

20. Keeney R.L., Raiffa H. Decisions with multiple objectives: preferences and value tradeoffs. – New York: Wiley. 1976. – 559 p.

21. Mamdani E., Assilian S. An Experiment in linguistic synthesis of fuzzy logic controller // Man-Mach-Studies, vol. 7, 1975. p. 1 – 13.

22. Pareto V. Cours d'Economie Politique. – Lausanne: Rouge, 1896.

23. Steuer R. E. Multiple Criteria Optimization: Theory, Computations, and Application. – New York: John Wiley & Sons, 1986. – 546 p.

24. Zadeh L. A. Fuzzy sets // Information and Control, №8, 1965, p. 338 – 353.

25. Все о нефти [Электронный ресурс] — http://vseonefti.ru/.

26. Инструменты финансового и инвестиционного анализа [Электронный ресурс] — http://investment-analysis.ru/.

27. Доступно о трейдинге и инвестициях MindSpace.ru [Электронный ресурс] — http://mindspace.ru/.

28. Официальный сайт Министерства финансов Российской Федерации [Электронный ресурс] — http://minfin.ru/.

29. Проект Conomy [Электронный ресурс] — https://www.conomy.ru.

Приложение

Рис. П.1. Основные этапы нечеткого вывода.

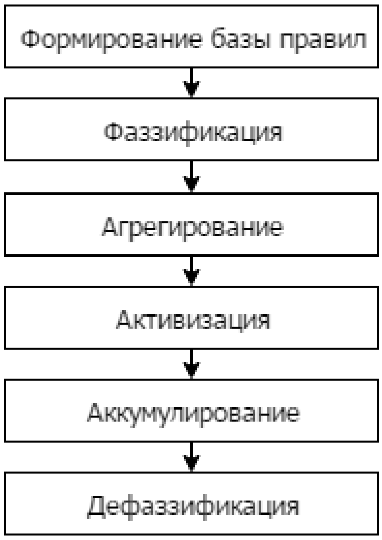

Рис. П.2. Нефтегазовые доходы в структуре Федерального бюджета РФ, трлн. руб.

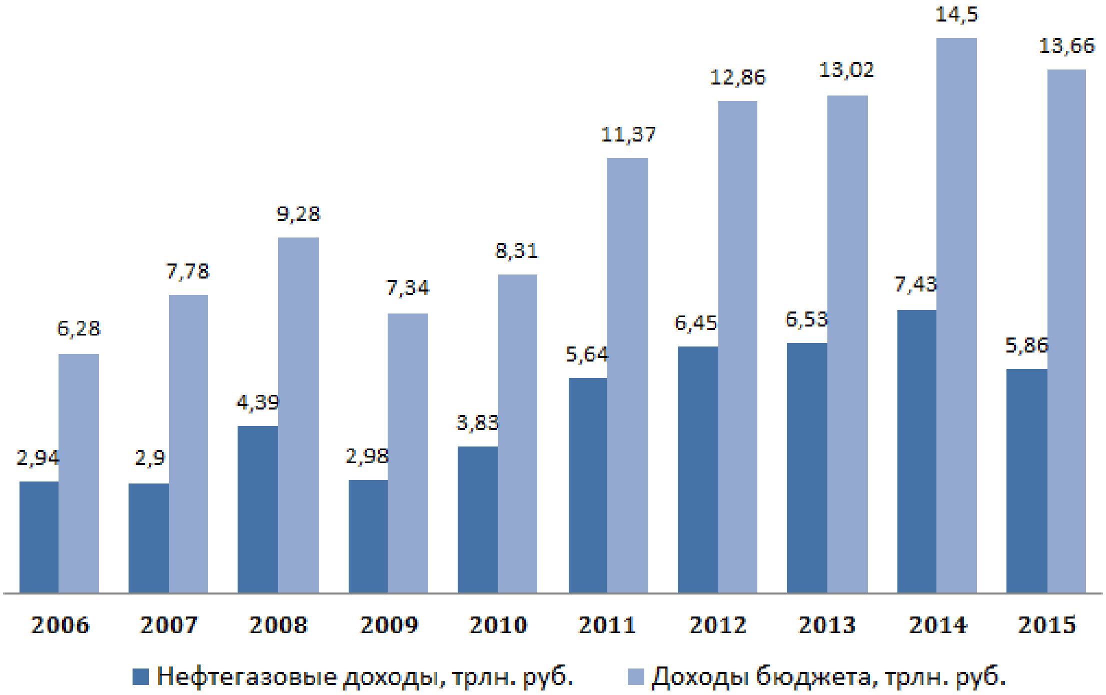

Таблица П.1. Показатели инвестиционной привлекательности акций компаний нефтегазовой отрасли России по состоянию на 01 апреля 2016 г.

	Эмитент	Tiker	Cap, млн. руб	P/E	ROA,%	ROE,%	CR	FL	EtTA
1	ПАО АНК «Башнефть»	BANE	444 540	8,46	50,48	26,57	1,06	0,53	0,47
2	ПАО «Варьеганнефтегаз»	VJGZ	15 076	5,00	81,68	4,17	0,94	0,42	0,58
3	ПАО «Газпром»	GAZP	3 487 108	22,03	26,01	9,10	1,83	0,34	0,64
4	ПАО «Газпром нефть»	SIBN	711 669	6,07	23,67	10,46	1,46	0,53	0,47
5	ПАО «ЛУКОЙЛ»	LKOH	2 379 876	8,07	23,90	9,35	1,75	0,34	0,64
6	ОАО «НОВАТЭК»	NVTK	1 812 067	24,74	60,00	18,28	0,71	0,52	0,48
7	ОАО «НК „Роснефть“»	ROSN	3 444 408	9,05	15,70	12,37	1,32	0,70	0,30
8	ОАО «СН-МНГ»	MFGS	69 578	52,12	15,54	7,83	1,25	0,32	0,68
9	ОАО «Сургутнефтегаз»	SNGS	1 687 212	1,77	29,81	9,28	3,31	0,14	0,86
10	ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина	TATN	814 153	8,20	63,06	19,32	2,53	0,23	0,77
11	ОАО «ЯТЭК»	YAKG	16 456	11,01	141,78	45,09	0,67	0,54	0,46
	Сектор в среднем:		1 352 922	14,23	48,33	15,62	1,53	0,42	0,58

Таблица П.2. Нормированные значения показателей инвестиционной привлекательности акций.

	Эмитент	$Tiker$	P/E	Cap	$EtTA$	FL	ROA	ROE	CR
1	ПАО АНК «Башнефть»	BANE	0,872	0,127	0,545	0,757	0,356	0,589	0,321
2	ПАО «Варьеганнефтегаз»	VJGZ	0,938	0,004	0,667	0,600	0,576	0,093	0,286
3	ПАО «Газпром»	GAZP	0,611	1,000	0,740	0,486	0,183	0,202	0,553
4	ПАО «Газпром нефть»	SIBN	0,917	0,204	0,539	0,757	0,167	0,232	0,443
5	ПАО «ЛУКОЙЛ»	LKOH	0,879	0,682	0,744	0,486	0,169	0,207	0,528
6	ОАО «НОВАТЭК»	NVTK	0,559	0,520	0,561	0,743	0,423	0,405	0,215
7	ОАО «НК „Роснефть“»	ROSN	0,860	0,988	0,347	1,000	0,111	0,274	0,400
8	ОАО «СН-МНГ»	MFGS	0,034	0,020	0,785	0,457	0,110	0,174	0,377
9	ОАО «Сургутнефтегаз»	SNGS	1,000	0,484	1,000	0,200	0,210	0,206	1,000
10	ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина	TATN	0,877	0,233	0,888	0,329	0,445	0,429	0,766
11	ОАО «ЯТЭК»	YAKG	0,823	0,005	0,538	0,771	1,000	1,000	0,203

Рис. П.3. Гистограммы распределения показателей P/E, Cap, $EtTA$, FL, ROA, ROE, CR.

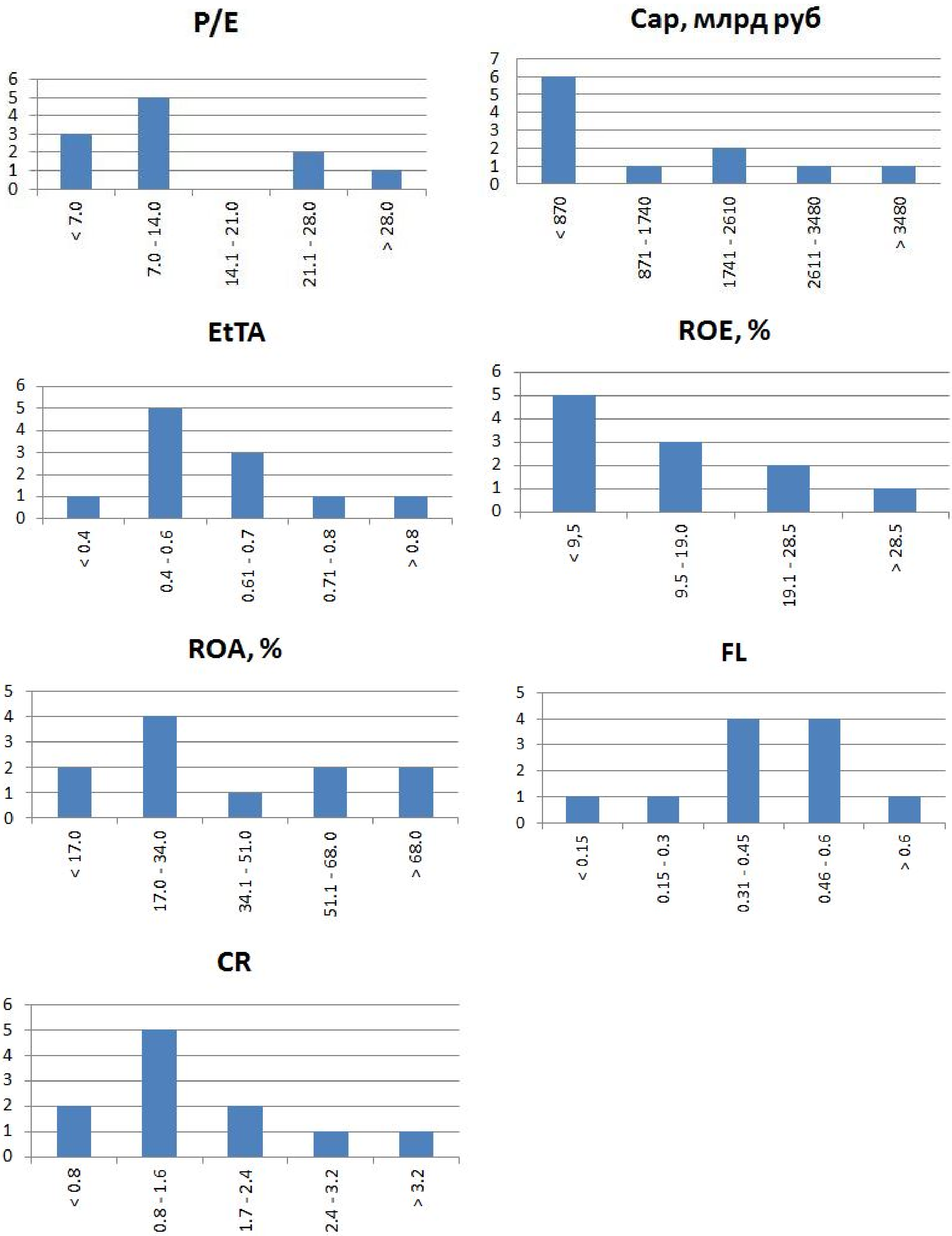

Рис. П.4. Функции принадлежности показателей P/E, Cap, $EtTA$, FL, ROA, ROE, CR.

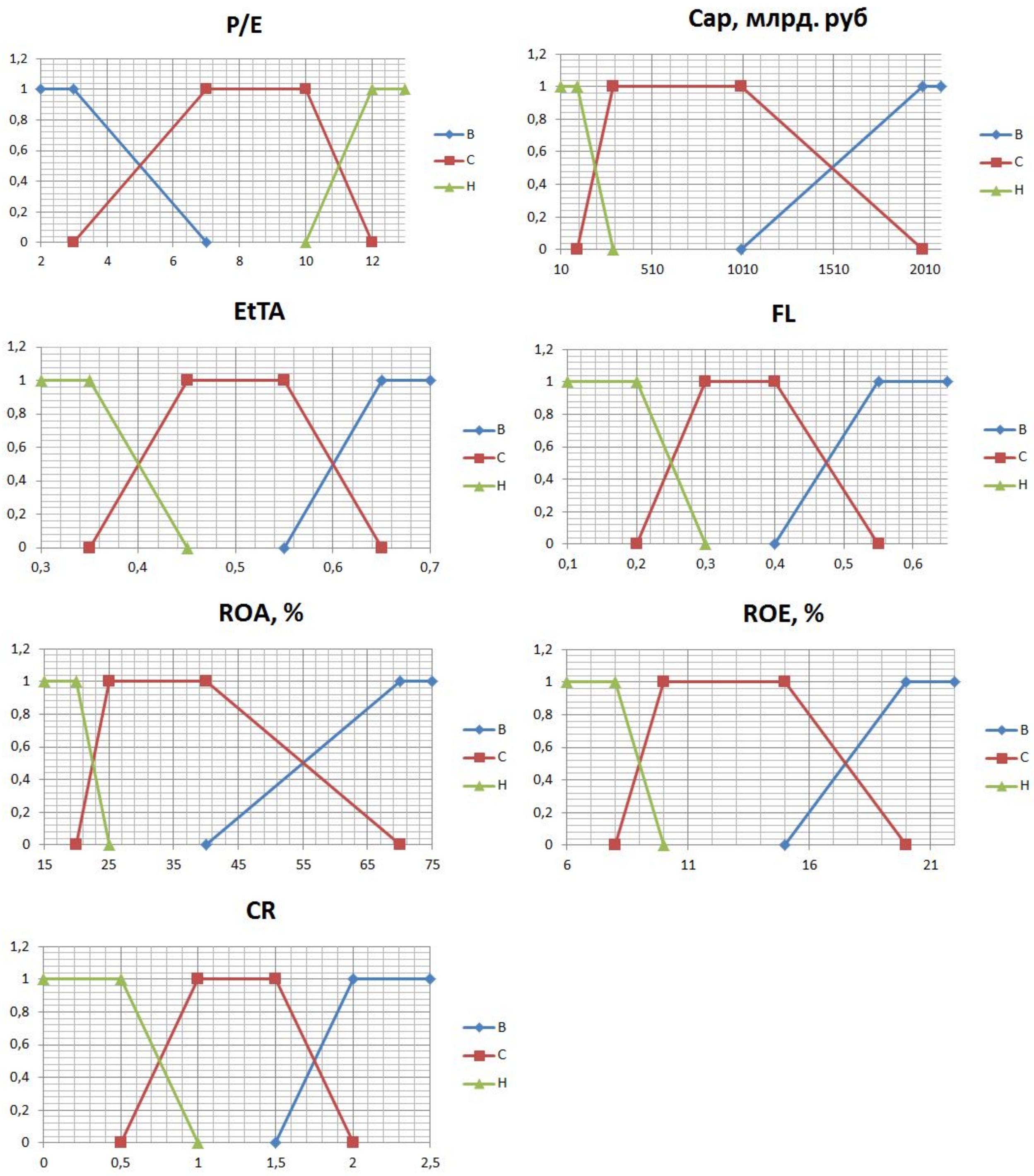

Таблица П.3. Результат фаззификации показателей.

	Эмитент	Cap	P/E	ROA	ROE	CR	FL	EtTA
1	ПАО АНК «Башнефть»	С	С	СВ	В	С	СВ	С
2	ПАО «Варьеганнефтегаз»	Н	СВ	В	Н	СН	СВ	СВ
3	ПАО «Газпром»	В	Н	С	СН	СВ	С	СВ
4	ПАО «Газпром нефть»	С	СВ	СН	С	С	СВ	С
5	ПАО «ЛУКОЙЛ»	В	С	СН	СН	СВ	С	СВ
6	ОАО «НОВАТЭК»	СВ	Н	СВ	СВ	СН	СВ	С
7	ОАО «НК Роснефть»	В	С	Н	С	С	В	Н
8	ОАО «СН-МНГ»	Н	Н	Н	Н	С	С	В
9	ОАО «Сургутнефтегаз»	СВ	В	С	СН	В	Н	В
10	ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина	С	С	СВ	СВ	В	СН	В
11	ОАО «ЯТЭК»	Н	СН	В	В	СН	СВ	С

Таблица П.4. Интервалы для оценок принадлежности терм-множеству значений результирующей лингвистической переменной «Инвестиционная привлекательность».

Уровень	Интервал:
UA	$[0; 0,2)$
A	$[0,2; 0,4)$
VA	$[0,4; 0,6)$
MA	$[0,6; 0,8)$
P	$[0,8; 1]$

Таблица П.5. Результат оценки значений функции принадлежности для показателей $P/E, Cap$.

	Эмитент	P/E			Cap, млрд. руб		
		Н	С	В	Н	С	В
1	ПАО АНК «Башнефть»	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00
2	ПАО «Варьеганнефтегаз»	0,00	0,50	0,50	1,00	0,00	0,00
3	ПАО «Газпром»	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
4	ПАО «Газпром нефть»	0,00	0,77	0,23	0,00	1,00	0,00
5	ПАО «ЛУКОЙЛ»	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	1,00
6	ОАО «НОВАТЭК»	1,00	0,00	0,00	0,00	0,19	0,81
7	ОАО «НК Роснефть»	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	1,00
8	ОАО «СН-МНГ»	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
9	ОАО «Сургутнефтегаз»	0,00	0,00	1,00	0,00	0,31	0,69
10	ПАО «Татнефть»	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00
11	ОАО «ЯТЭК»	0,51	0,49	0,00	1,00	0,00	0,00

Таблица П.6. Результат оценки значений функции принадлежности для показателей ROE, CR.

	Эмитент	$ROE, \%$			CR		
		Н	С	В	Н	С	В
1	ПАО АНК «Башнефть»	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00	0
2	ПАО «Варьеганнефтегаз»	0,00	0,00	0,11	0,89	0,00	0
3	ПАО «Газпром»	0,55	0,00	0,00	0,34	0,66	1
4	ПАО «Газпром нефть»	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0
5	ПАО «ЛУКОЙЛ»	0,68	0,00	0,00	0,51	0,49	1
6	ОАО «НОВАТЭК»	0,34	0,66	0,58	0,42	0,00	0,81
7	ОАО «НК Роснефть»	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00	1
8	ОАО «СН-МНГ»	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0
9	ОАО «Сургутнефтегаз»	0,64	0,00	0,00	0,00	1,00	0,69
10	ПАО «Татнефть»	0,14	0,86	0,00	0,00	1,00	0
11	ОАО «ЯТЭК»	0,00	1,00	0,66	0,34	0,00	0

Таблица П.7. Результат оценки значений функции принадлежности для показателей FL, ROA

	Эмитент	$ROE, \%$			CR		
		Н	С	В	Н	С	В
1	ПАО АНК «Башнефть»	0,00	0,23	0,87	0,00	0,66	0,34
2	ПАО «Варьеганнефтегаз»	0,00	0,87	0,13	0,00	0,00	1,00
3	ПАО «Газпром»	0,00	1,00	0,00	0,00	1,00	0,00
4	ПАО «Газпром нефть»	0,00	0,23	0,87	0,27	0,73	0,00
5	ПАО «ЛУКОЙЛ»	0,00	1,00	0,00	0,22	0,78	0,00
6	ОАО «НОВАТЭК»	0,00	0,80	0,20	0,00	0,33	0,67
7	ОАО «НК Роснефть»	0,00	0,00	1,00	1,00	0,00	0,00
8	ОАО «СН-МНГ»	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00	0,00
9	ОАО «Сургутнефтегаз»	1,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
10	ПАО «Татнефть»	0,70	0,30	0,00	0,00	0,23	0,77
11	ОАО «ЯТЭК»	0,00	0,07	0,93	0,00	0,00	1,00

Таблица П.8. Результат оценки значений функции принадлежности для показателей $EtTA$

	Эмитент	$EtTA$		
		Н	С	В
1	ПАО АНК «Башнефть»	0,00	1,00	0,00
2	ПАО «Варьеганнефтегаз»	0,00	0,74	0,26
3	ПАО «Газпром»	0,00	0,11	0,89
4	ПАО «Газпром нефть»	0,00	1,00	0,00
5	ПАО «ЛУКОЙЛ»	0,00	0,13	0,87
6	ОАО «НОВАТЭК»	0,00	1,00	0,00
7	ОАО «НК Роснефть»	1,00	0,00	0,00
8	ОАО «СН-МНГ»	0,00	0,00	1,00
9	ОАО «Сургутнефтегаз»	0,00	0,00	1,00
10	ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина	0,00	0,00	1,00
11	ОАО «ЯТЭК»	0,00	1,00	0,00

Рис. П.4. Деление оценок критериев шкалы 1:5.

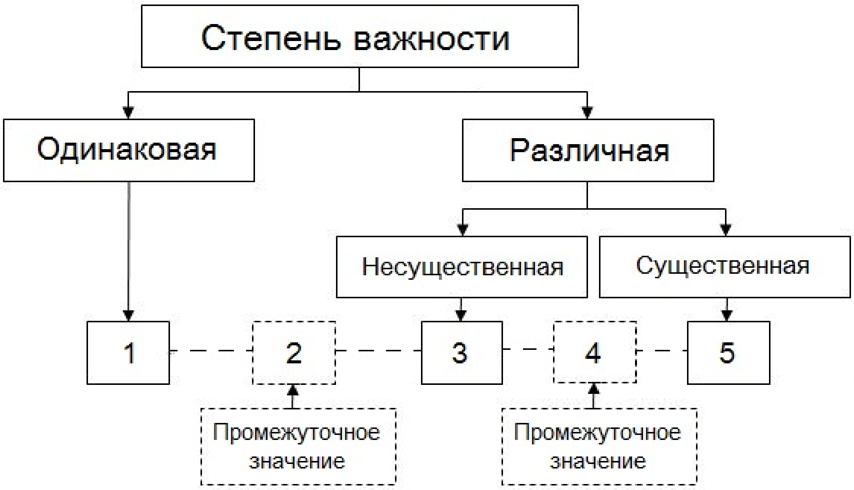

Таблица П.9. Матрица парных сравнений параметров.

	P/E	Cap	$EtTA$	FL	ROA	ROE	CR
P/E	1,00	3,00	4,00	4,00	5,00	5,00	5,00
Cap	0,33	1,00	3,00	3,00	4,00	4,00	4,00
$EtTA$	0,25	0,33	1,00	1,00	3,00	3,00	3,00
FL	0,25	0,33	1,00	1,00	3,00	3,00	4,00
ROA	0,20	0,25	0,33	0,33	1,00	1,00	2,00
ROE	0,20	0,25	0,33	0,33	1,00	1,00	2,00
CR	0,20	0,25	0,33	0,25	0,50	0,50	1,00

m	C_n^m	A_k^m	$N_m = C_n^m A_k^m$
1	7	3	21
2	21	9	189
3	35	27	945
4	35	81	2 835
5	21	243	5 103
6	7	729	5 103
7	1	2187	2 187
$N = \sum_{m=1}^{7} N_m$:			16 383

Таблица П.10. База правил системы нечеткого вывода.

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	z	z_n	
r_1	В	С						0,2626	0,8678	P
r_2	В	Н						0,2274	0,7435	MA
r_3		В	Н					0,1304	0,4007	VA
r_4		С	Н					0,0930	0,2686	A
r_5			В	Н				0,0804	0,2240	A
r_6			Н	В				0,0804	0,2240	A
r_7				Н	В			0,0504	0,1180	UA
r_8				В	В			0,0900	0,2580	A
r_9					В	С		0,0498	0,1159	UA
r_{10}					С	В		0,0498	0,1159	UA
r_{11}						С	В	0,0398	0,0806	UA
r_{12}						Н	С	0,0234	0,0226	UA
13	Н	С	В					0,1972	0,5108	VA
14	С	В	В					0,2954	0,8059	P
15	С	С	В					0,2580	0,6935	MA
16		С	В	Н				0,1530	0,3780	A
17		Н	В	С				0,1370	0,3299	A
18		Н	Н	В				0,1178	0,2722	A
19			Н	В	С			0,1002	0,2194	A
20			В	В	С			0,1398	0,3383	A
21				В	Н	С		0,0900	0,1887	UA
22				В	В	Н		0,1002	0,2194	A
23					В	Н	С	0,0534	0,0787	UA
24					С	Н	В	0,0500	0,0685	UA
25					В	Н	В	0,0602	0,0992	UA
26	В	С	В	Н				0,3430	0,7932	MA
27	С	Н	С	Н				0,2228	0,4705	VA
28	С	В	В	Н				0,3158	0,7202	MA
29		В	С	Н	В			0,2000	0,4092	VA
30		С	В	Н	С			0,1728	0,3362	A

Рис П.5. Схема многокритериального выбора на основе правила нечеткого вывода.

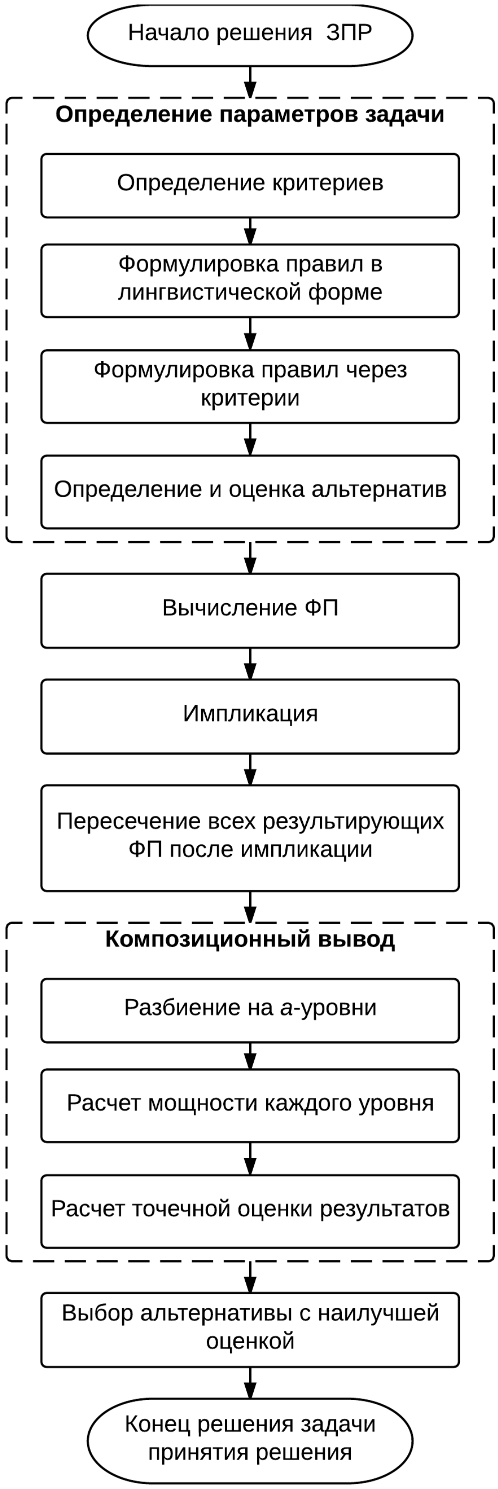

Таблица П.11. Общее количество различных наборов правил при $n = 7,\ m = \overline{1,7},\ k = 3.$

Рис П.6. Задание функции P – безупречная.

```
public class mP : Function
{
        public mP() { }
        public override double getY(double x)
        {
                if (x == 1)
                return 1;
                return 0;
        }
}
```

Рис П.7. Программное описание класса $Input$.

```
public abstract class Input
{
    protected Rule[] rl = null;
    protected Function[] func = null;
    public int PARAMS_CNT = -1;
    public int FUNC_CNT = -1;
    ссылок 2
    public abstract Rule[] makeRules(double[][] arr);
    ссылок 2
    public abstract void initFunc(Function[] func);
    ссылок 0
    public Function[] getFunctions()
    {
        return func;
    }
}
```

Рис П.8. Программное описание класса $Function$.

```
public abstract class Function
{
    public String ID;
    ссылок 6
    public abstract double getY(double x);
}
```

Рис П.9. Программное описание класса *Rule*.

```
public class Rule
{

    public Skill[] u;
    private Function function;
    public double[] m;
    ссылок 11
    public Rule(Skill[] u, Function function)...
    ссылка 1
    public double[] findMin(Skill[] arr)...
    ссылок 2
    public double getF(double x)...
}
```

Рис П.10. Программное описание класса *Skill*.

```
public class Skill
{
    public double[] skill;
    ссылок 25
    public Skill(double[] skill)
    {
        this.skill = skill;
    }
}
```

Рис П.11. Программное описание класса *SubsetD*.

```
public class SubsetD
{
    private readonly bool DEBUG = false;
    public double[][] d_arr;
    ссылка 1
    public SubsetD(Rule rule)...
    ссылка 1
    public double[][] makeD(Rule rule)...
    ссылка 1
    private double findMin(double x)...
}
```

Рис П.12. Программное описание класса *Facade*.

```
public class Facade
{
    ссылка 1
    public Facade(bool debug_d, bool debug_c, bool debug_lm)...
    ссылка 1
    public Matrix calcD(Rule[] rules)...
    ссылка 1
    public double[] calcC(Matrix D)...
    ссылка 1
    public int getBest(double[] C)...
    ссылка 1
    private double[] getX()...
    ссылка 1
    private double calcS(Num[] arr)...
    ссылка 1
    private double findMax(double[] arr)...
    ссылок 2
    private double calcM(double[] x, int first)...
}
```

Рис П.13. Программное описание класса *Num*.

```
public class Num
{

    public double x;
    public double u;

    ссылка 1
    public Num(double x, double u)
    {
        this.x = x;
        this.u = u;
    }
}
```

Рис П.14. Программное описание класса *Variables*.

```
public class Variables
{
    private static int sizeD = 11;
    private static double stepD = 1 / ((double)sizeD - 1);
    ссылок 3
    public static int SIZE_OF_D...
    ссылок 4
    public static double STEP_OF_D...
}
```